

Regeln zur Konstruktion der Wurzelortskurve (WOK)

Ausgangspunkt: $F_o(s) = k \cdot \frac{Z(s)}{N(s)}$ mit Zählergrad: m, Nennergrad: n

Definition: Für $k = 0..∞$ beschreiben die n Wurzeln der Gleichung $1+F_o(s) = 0$ die Wurzelortskurve

Regel 1: *Anzahl, Anfangs- und Endpunkte der Äste*

Die n Äste der WOK beginnen für $k=0$ in den Polen des offenen Kreises und enden für $k \rightarrow \infty$ in den Nullstellen des offenen Kreises. Von den n Ästen der WOK streben $(n-m)$ ins Unendliche.

Regel 2: *Symmetrie*

Die WOK ist symmetrisch zur reellen Achse

Regel 3: *Punkte der WOK auf der Re-Achse*

Krit. Stellen = Pole und Nullstellen des offenen Kreises
Befinden sich rechts eines betrachteten Punktes eine ungerade Anzahl von krit. Stellen, dann gehört der Punkt zu WOK

Regel 4: *Asymptoten-Schnittpunkt (Wurzelschwerpunkt)*

Die Asymptoten der ins unendliche strebenden Äste der WOK schneiden sich alle in einem Punkt auf der Re-Achse ($\omega=0$), dem Wurzelschwerpunkt δ_ω :

$$\delta_w = \frac{\sum_{v=1}^n \operatorname{Re}\{p_v\} - \sum_{\mu=1}^m \operatorname{Re}\{n_\mu\}}{n - m}$$

Regel 5: *Anstiegswinkel der Asymptoten*

$$\varphi_v = (2v + 1) \frac{\pi}{n - m} \quad \text{mit } v = 0 \dots (n - m - 1)$$

Regel 6: *Allgemeine Verzweigungspunkte*

Die allgemeinen Verzweigungspunkte (Punkte auf der WOK außerhalb der kritischen Stellen) erfüllen Lösung der Gleichung

$$\sum_{\mu=1}^m \frac{1}{s - n_{\mu}} - \sum_{\nu=1}^n \frac{1}{s - p_{\nu}} = 0$$

Regel 7: *Reelle Verzweigungspunkte* erfüllen die Gleichung

$$\sum_{\lambda=1}^{m+n} \varepsilon_{\lambda} \cdot \frac{\delta - \delta_{\lambda}}{(\delta - \delta_{\lambda})^2 + \omega_{\lambda}^2} = 0$$

mit $s_{\lambda} = \delta_{\lambda} + j\omega_{\lambda}$: kritische Stellen des offenen Kreises

Regel 8: *Schnittwinkel der Äste im Verzweigungspunkt*

$$\Delta\psi = \frac{2 \cdot \pi}{z} \text{ mit } z: \text{ Anzahl der verzweigenden Äste}$$

Regel 9: *Schnittpunkte mit der Im-Achse*

Die Schnittpunkte erfüllen die Gleichung

$$k \cdot Z(j\omega) + N(j\omega) = 0$$

(folgt aus $1 + F_o(j\omega) = 0$ und $F_o(j\omega) = k \cdot \frac{Z(j\omega)}{N(j\omega)}$)

Regel 10: *Anstiegswinkel in den kritischen Stellen*

$$\varphi_{\rho\nu} = -\frac{1}{\varepsilon_{\rho} r_{\rho}} \sum_{\lambda=1(\lambda \neq \rho)}^{m+n} \varepsilon_{\lambda} \cdot \arg(s_{\rho} - s_{\lambda}) + (2\nu + 1) \frac{\pi}{\varepsilon_{\rho} r_{\rho}}$$

r_{ρ} : Ordnungszahl der kritischen Stelle

ε_{ρ} : Pol: -1; Nullstelle: +1

ν : 0 .. $r_{\rho}-1$