Regeln zur Konstruktion der Wurzelortskurve (WOK)

Ausgangspunkt: $F_o(s) = k \cdot \frac{Z(s)}{N(s)}$ mit Zählergrad: m, Nennergrad: n

Definition: Für $k = 0..\infty$ beschreiben die n Wurzeln der Gleichung $1+F_o(s) = 0$ die Wurzelortskurve

---

Regel 1: *Anzahl, Anfangs- und Endpunkte der Äste*

Die n Äste der WOK beginnen für k=0 in den Polen des offenen Kreises und enden für $k \to \infty$ in den Nullstellen des offenen Kreises. Von den n Ästen der WOK streben (n-m) ins Unendliche.

Regel 2: *Symmetrie*

Die WOK ist symmetrisch zur reellen Achse

Regel 3: *Punkte der WOK auf der Re-Achse*

Krit. Stellen = Pole und Nullstellen des <u>offenen</u> Kreises
Befinden sich rechts eines betrachteten Punktes eine ungerade Anzahl von krit. Stellen, dann gehört der Punkt zu WOK

Regel 4: *Asymptoten-Schnittpunkt (Wurzelschwerpunkt)*

Die Asymptoten der ins unendliche strebenden Äste der WOK schneiden sich alle in einem Punkt auf der Re-Achse (ω=0), dem Wurzelschwerpunkt δ_ω:

$$\delta_W = \frac{\sum_{\upsilon=1}^{n} \mathrm{Re}\{p_\upsilon\} - \sum_{\mu=1}^{m} \mathrm{Re}\{n_\mu\}}{n-m}$$

Regel 5: *Anstiegswinkel der Asymptoten*

$$\varphi_\upsilon = (2\upsilon+1)\frac{\pi}{n-m} \quad \text{mit} \quad \upsilon = 0\ldots(n-m-1)$$

Regel 6: *Allgemeine Verzweigungspunkte*

Die allgemeinen Verzweigungspunkte (Punkte auf der WOK außerhalb der kritischen Stellen) erfüllen Lösung der Gleichung

$$\sum_{\mu=1}^{m} \frac{1}{s-n_\mu} - \sum_{\upsilon=1}^{n} \frac{1}{s-p_\upsilon} = 0$$

Regel 7: *Reelle Verzweigungspunkte* erfüllen die Gleichung

$$\sum_{\lambda=1}^{m+n} \varepsilon_\lambda \cdot \frac{\delta-\delta_\lambda}{(\delta-\delta_\lambda)^2+\omega_\lambda^2} = 0$$

mit $s_\lambda = \delta_\lambda + j\omega_\lambda$: kritische Stellen des <u>offenen</u> Kreises

Regel 8: *Schnittwinkel der Äste im Verzweigungspunkt*

$$\Delta\psi = \frac{2\cdot\pi}{z}$$ mit z: Anzahl der verzweigenden Äste

Regel 9: *Schnittpunkte mit der Im-Achse*

Die Schnittpunkte erfüllen die Gleichung

$$k\cdot Z(j\omega) + N(j\omega) = 0$$

(folgt aus $1+F_o(j\omega)=0$ und $F_o(j\omega) = k\cdot\frac{Z(j\omega)}{N(j\omega)}$)

Regel 10: *Anstiegswinkel in den kritischen Stellen*

$$\varphi_{\rho\upsilon} = -\frac{1}{\varepsilon_\rho r_\rho}\sum_{\lambda=1(\lambda\neq\rho)}^{m+n}\varepsilon_\lambda\cdot\arg(s_\rho - s_\lambda) + (2\upsilon+1)\frac{\pi}{\varepsilon_\rho r_\rho}$$

r_ρ: Ordnungszahl der kritischen Stelle
ε_ρ: Pol: -1; Nullstelle: +1
ν: 0 .. r_ρ-1