Universität Kaiserslautern
Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik
Lehrstuhl für Regelungstechnik und Signaltheorie
Prof. Dr.-Ing. habil. M. Pandit

Übungsskriptum zur Vorlesung

Regelungstechnik I

Prof. Dr.-Ing. habil. Madhukar Pandit

Datum: 26. September 2001

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Das vorliegende Übungsskriptum wurde im Laufe der vergangenen Übungen der Vorlesung *Regelungstechnik I* zusammengestellt. Es behandelt gezielt die in der Vorlesung vorgestellten Lernziele und beinhaltet wesentlich mehr Beispiele, als in dem jeweiligen Wintersemester durchführbar sind. Die Beispiele sind jedoch auch insbesondere als Vorbereitung für die Klausur gedacht. **Beachten Sie bitte die angegebenen Hinweise zu den Aufgaben, da diese wichtige Lösungsschritte erläutern!**

Im Anhang finden sich weiterhin der Sprungantwortkatalog, sowie Vorlagen des Millimeter- und halblogarithmischen Papiers. Es wird empfohlen, von den Vorlagen einige Kopien zur Durchführung der Übungen zu erstellen.

Die Übungsaufgaben sind so konzipiert, dass sie mit dem Studium des Skriptums zur Vorlesung, sowie der angegebenen Literatur[1] gelöst werden können. Die Studenten sind dazu angehalten die Aufgaben selbständig zu lösen. Grundsätzliche physikalische Zusammenhänge werden bei den Aufgaben als bekannt vorausgesetzt.

Die vorgestellten Aufgaben eignen sich ferner zur Untersuchung mit CAE[2]-Werkzeugen wie *MATLAB*, *MatrixX* oder dem als Freeware erhältlichen *Scilab*[3]. Insbesondere kann hier der Umgang mit komplexeren Aufgabenstellungen geübt werden.

Die Übungen wurden zusammengestellt und bearbeitet von Dirk Drechsel, Thomas Heger und Wolfgang Deis.

[1] insbesondere *Otto Föllinger: Regelungstechnik*

[2] CAE = computer aided engineering

[3] zu beziehen per Download bei *http://www-rocq.inria.fr/scilab/*

Aufgabenteil 1

Mathematische Modellbildung

1.1 Systemantwort und Zeitverhalten

Die Übertragungsfunktionen zweier linearer, zeitinvarianter Übertragungsglieder lauten:

$$G(s) = \frac{s+3}{s^2+2s+3} \tag{1.1}$$

$$G(s) = \frac{s+3}{s(s^2+2s+3)} \tag{1.2}$$

Wie reagieren die Systeme, wenn man sie

(a) mit der Sprungfunktion $\sigma(t)$ und

(b) mit der Deltafunktion $\delta(t)$ beaufschlagt?

Untersuchen Sie insbesondere das Verhalten für Zeiten $t \to \infty$.

1.2 Systemantwort und Übertragungsfunktion

Die Differentialgleichung eines linearen, zeitinvarianten Übertragungssystems (siehe Abb. 1.1) lautet:

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 4y(t) = 3\dot{u}(t) + u(t) \tag{1.3}$$

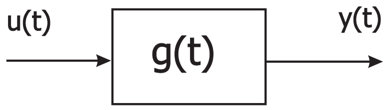


Abbildung 1.1: Übertragungssystem

Das System werde angeregt durch $u(t) = e^{-3t} \cdot \sigma(t)$ und befindet sich im Anfangszustand $y(0_-) = 1$ und $\dot{y}(0_-) = -2$. Berechnen Sie $y(t)$, $g(t)$ und $G(s)$.

1.3 Übertragungsfunktion, mechanisches System

Gegeben sei ein mechanisches System bestehend aus einer Masse und einer Feder in Abb. 1.2. Die Masse bewegt sich auf dem Untergrund; die Feder sei an einer Wand eingespannt.

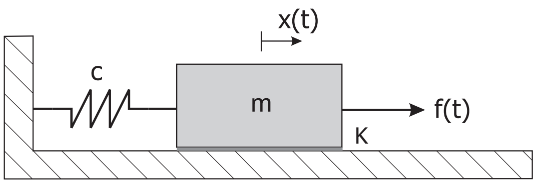


Abbildung 1.2: Mechanisches System

Zum Zeitpunkt $t = 0_-$ ruht die Masse m in Abb. 1.2. Sie wird angeregt durch $f(t) = 5 \cdot \delta(t)\ N$.

(a) Berechnen Sie $G(s) = X(s)/F(s)$

(b) Es sei $m = 1\ kg$, $c = 10\ N/m$ und $K = 2Ns/m$. Berechnen Sie $x(t)$, $v(t) = \dot{x}(t)$, $x(0_+)$ und $\dot{x}(0_+)$ mit Hilfe der Laplace-Transformation.

(c) Für das mechanische System ist ein Strukturbild mit der Kraft $f(t)$ als Eingangsgröße und $x(t)$ als Ausgangsgröße anzugeben, wobei die darin auftretenden Übertragungsglieder nur VZ1- oder I-Verhalten aufweisen dürfen.

1.4 Mechanisches System

Gegeben ist ein mechanisches Feder-Masse-Dämpfer-System (siehe Abb. 1.3) mit den Massen m_1, m_2 und den Federkonstanten c_1, c_2, c_3 und einem Dämpfungsglied mit der Dämpfung d. Eingangsgröße des Systems ist die an der Masse m_1 angreifende Kraft $F_a(t)$, Ausgangsgröße ist die Position s_2 der Masse m_2.

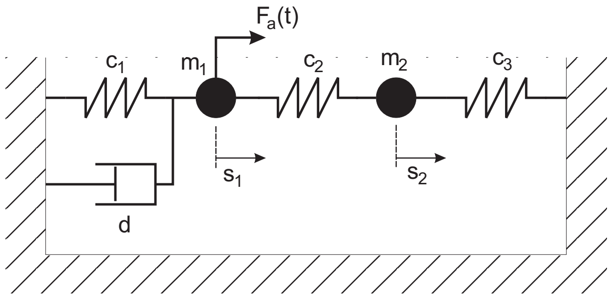


Abbildung 1.3: Mechanisches System

(a) Geben Sie die Übertragungsfunktion des Systems $G_S(s) = S_2(s)/F_a(s)$ an.

(b) Berechnen Sie weiterhin die Antwort des Systems auf die sprungartige Anregung $F_a(t) = 5 \cdot \sigma(t)$.

(c) Zeichnen Sie das regelungstechnische Strukturbild der Anordnung. Verwenden Sie nur einfache Übertragungsblöcke (P-, I-, Summierglieder) und vermeiden Sie die Verwendung von Differenziergliedern.

1.5 Sprungantwort, VZ2-Glied

Gegeben sei die allgemeine Form eines schwingungsfähigen Systems — auch Verzögerungsglied 2. Ordnung (VZ2-Glied) genannt — in Differentialgleichungsform:

$$T^2 \ddot{y}(t) + 2dT\dot{y}(t) + y(t) = Ku(t)$$

(a) Geben Sie die Übertragungsfunktion im Laplace-Bereich an.

(b) Berechnen Sie die Sprungantwort $h(t)$ des Systems im Zeitbereich.

(c) Berechnen Sie die Impulsantwort $g(t)$ des Systems im Zeitbereich.

(d) Bestimmen Sie Anfangs- und Endwerte der Sprungantwort aus der Zeitbereichsantwort. Überprüfen Sie die Ergebnisse anhand der Endwertsätze der $\mathcal{L}$-Transformation.

1.6 Elektrisches System

Gegeben sei das elektrische Schaltbild eines RLC-Netzwerkes in Abb. 1.4. Eingangsgröße ist die anliegende Spannung $u_e(t)$, Ausgangsgröße ist die Spannung $u_a(t)$.

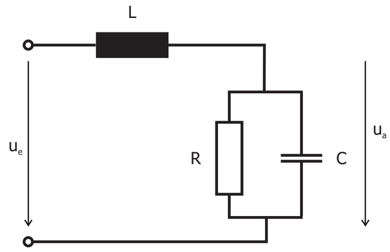


Abbildung 1.4: Elektrisches System

(a) Bestimmen Sie die systembeschreibende Differentialgleichung an.

(b) Leiten Sie daraus die Übertragungsfunktion $G(s) = U_a(s)/U_e(s)$ ab.

(c) Zeichnen Sie das regelungstechnische Strukturbild der Anordnung unter Vermeidung von Differenziergliedern.

1.7 Erwärmung eines metallischen Körpers, Linearisierung

Gegeben sei eine Anordnung zur Erwärmung metallischer Körper. Weiterhin ist die nichtlineare Differentialgleichung gegeben zu:

$$\dot{y}(t) = K \cdot (u^4(t) - y^4(t))$$

Eingangsgröße ist die Temperatur des Ofens $u(t)$, Ausgangsgröße die Temperatur des metallischen Körpers im Ofen $y(t)$. Ferner sei die Anfangstemperatur des Körpers gegeben zu $y(t = t_0) = y_0$.

(a) Zeichnen Sie das Strukturbild der Anordnung

(b) Berechnen Sie den stationären Zustand des Systems.

(c) Linearisieren Sie das System um den Arbeitspunkt u_{AP}, y_{AP}.

(d) Geben Sie das Strukturbild des linearisierten Ofenmodells an.

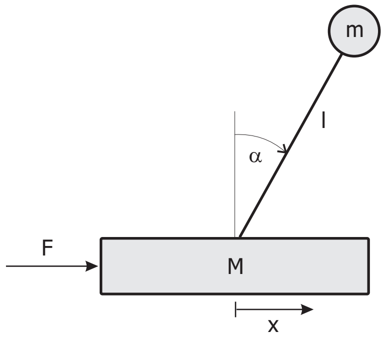
(e) Bestimmen Sie die Sprungantwort im Zeitbereich. Welchem charakteristischen Übertragungsglied gleicht die Systemantwort?

1.8 Linearisierung, Aufgestelltes Pendel

Gegeben sind die dynamischen Gleichungen eines auf dem Kopf stehenden Pendels nach der angegebenen Abbildung.

(1.) $(M+m)\cdot\ddot{x} - m\cdot l\cdot\ddot{\alpha}\cdot cos(\alpha) + m\cdot l\cdot\dot{\alpha}^2\cdot sin(\alpha) = F$

(2.) $-m\cdot l\cdot\ddot{x}\cdot cos(\alpha) + m\cdot l^2\cdot\ddot{\alpha} - m\cdot l\cdot g\cdot sin(\alpha) = 0$



Physikalische Größen:

F:	Kraft auf den Wagen (Eingangsgröße)
x:	Position des Wagens (Ausgangsgröße)
α:	Winkel ausgehend von der oberen Ruhelage
M:	Masse des Wagens
m:	Masse der Kugel
g:	Erdbeschleunigung
l:	Länge des Stabes

Eingangsgröße $\underline{u}$ des dynamischen Systems ist die Kraft F. Ausgangsgrößen $\underline{y} = [y_1, y_2]$ sind die Position $x = y_1$ und der Winkel $\alpha = y_2$

(a) Ist das angegebene System linear? Begründung angeben!

(b) Linearisieren Sie das System um den Arbeitspunkt $\alpha_0 = 0$ und $y_0 = 0$ und geben Sie die linearisierten dynamischen Gleichungen an. Man ersetze hierzu die trigonometrischen Funktionen durch das erste Glied ihrer Taylor-Reihe.

Hinweis: In der Umgebung von α_0 gilt: $\dot{\alpha}^2\cdot sin(\alpha) \approx 0$

(c) Zeichnen Sie das regelungstechnische Strukturbild des linearisierten Systems unter Vermeidung von Differenziergliedern.

Aufgabenteil 2

Lineare, zeitinvariante Übertragungssysteme

2.1 VZ2-Glied, Sprungantwortkatalog

Ein sog. Verzögerungsglied 2.Ordnung, VZ_2-Glied, besitzt die Übertragungsfunktion

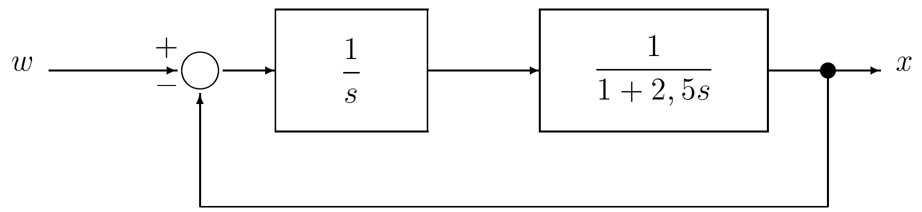
$$G(s) = \frac{k}{1 + 2\mathrm{dTs} + T^2 \cdot s^2}.$$

(a) Berechnen Sie für $k = 1$ und $0 \leq d < 1$ die Sprungantwort des Übertragungsgliedes!

(b) Berechnen Sie ausgehend von der Sprungantwort nach a) die Überschwingweite $\Delta_m = \dfrac{h_{\max} - h(\infty)}{h(\infty)}$ der Sprungantwort $h(t)$ und die Übergangszeit $t_{\ddot{\mathrm{u}}}$ allgemein als Funktion von d und T! Als Übergangszeit soll diejenige Zeit verstanden werden, ab welcher der die Sprungantwort begrenzende e-Funktion in einen ± 5-% igen Toleranzstreifen um den Endwert der Sprungantwort $h(\infty)$ eintaucht.

2.2 Sprungantwortkatalog

Der nachfolgende Regelkreis werde mit $w(t) = \sigma(t)$ beaufschlagt.



Mit Hilfe des Sprungantwortkatalogs ist die Übergangszeit T_U (d.h. $h(t)$ bleibt innerhalb eines $\pm 10\%-$Toleranzstreifens um den Endwert) abzuschätzen.

2.3 Konstruktion von Ortskurven

Skizzieren Sie die Ortskurven der nachfolgend angegebenen Übertragungsglieder. Geben Sie insbesondere die Lage der Anfangs- und Endpunkte an.

$(a)\quad \dfrac{1}{s(s+1)}$ $\qquad (b)\quad \dfrac{1}{s+1}$

$(c)\quad \dfrac{s+2}{s+1}$ $\qquad (d)\quad \dfrac{1}{s(s-1)}$

$(e)\quad \dfrac{1}{s(s+1)(s+1)}$ $\qquad (f)\quad \dfrac{1}{s^2(s+1)}$

$(g)\quad \dfrac{1}{s^2-3s+2}$ $\qquad (h)\quad \dfrac{s-1}{s^2+s-2}$

2.4 Frequenzgang

Gegeben seien die Differentialgleichung einer Regelstrecke $\dot{x}(t) - 2x(t) = u(t)$ und eines Reglers $\dot{x}_d(t) + 4x_d(t) = (1/k) \cdot \dot{u}(t)$, sowie die Beziehung $x_d(t) = w(t) - x(t)$ mit

$w(t)$: Führungsgröße

$x(t)$: Regelgröße

$w(t)$: Stellgröße des Reglers

(a) Um welchen Reglertyp handelt es sich?

(b) Skizzieren Sie die Ortskurve des Frequenzgangs des offenen Regelkreises für $k = 1$.

(c) Skizzieren Sie die Frequenzkennlinien des offenen Regelkreises für $k = 1$.

2.5 Konstruktion von Frequenzkennlinien

Für die folgenden Übertragungsglieder sind die Frequenzkennlinien zu zeichnen. Verwenden Sie hierzu das Phasenlineal sowie halblogarithmisches Papier.

(a) $\dfrac{1+0,2s}{s}$ $\qquad$ (b) $\dfrac{(1+2s)(2+s)}{s(1+0,1s)}$ $\qquad$ (c) $\dfrac{1+0,2s}{10+s}e^{-s}$

2.6 Ortskurvendarstellung

Der Frequenzgang eines Übertragungsgliedes hat folgenden Verlauf:

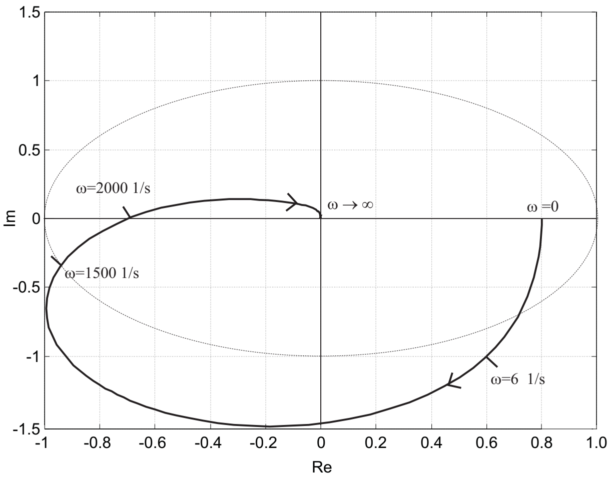


Abbildung 2.1: Ortskurve eines Übertragunssystems

(a) In welchem Verhältnis stehen Zähler- und Nennergrad von $G(s)$ zueinander?

(b) Es sei $u(t) = \sigma(t)$; wie groß ist $\lim_{t\to\infty}\{h(t)\}$?

(c) Wie groß ist $\lim_{t\to\infty}\{h(t)\}$, wenn die Ausgangsgröße mit negativem Vorzeichen zurückgekoppelt wird?

(d) Für $u(t) = \sigma(t) \cdot 5 \cdot \sin(6 \cdot t)$ ist $y(t)$ für $t \gg 0$ anzugeben.

2.7 Konstruktion von Ortskurven

Gegeben sei ein Regelkreis mit der Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises

$$F_o(s) = \frac{1}{s \cdot (s^2 + \alpha^2)}; \qquad \alpha \in \mathbb{R}$$

(a) Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf der Ortskurve des **offenen** Regelkreises in Abhängigkeit von α.

(b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Kriteriums von Nyquist, ob bzw. für welche α der **geschlossene** Regelkreis (negative Einheitsrückführung) stabil ist.

2.8 Konstruktion von Frequenzkennlinien

Gegeben ist die Ortskurve einer Regelstrecke der Übertragungsfunktion $G(s)$ in Abb. 2.2. Die Regelstrecke besitzt nur Pole und Nullstellen mit negativem Realteil.

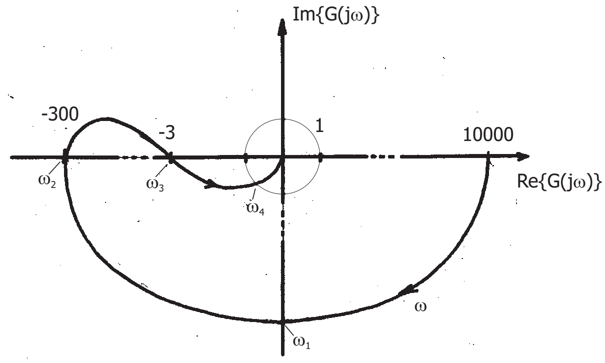


Abbildung 2.2: Ortskurve der Regelstrecke

(a) Welche Aussage kann man über die Strecke machen?

(b) Skizzieren Sie die Frequenzkennlinien der Übertragungsfunktion $G(s)$!

(c) Zur Regelung wird ein P-Regler mit $G_R(s) = K$ verwendet. In welchem Bereich der Frequenzachse darf die Durchtrittfrequenz ω_D des offenen Kreises liegen, damit der Regelkreis bei Einheitsrückführung stabil ist. Für welchen Bereich des Reglerverstärkungsfaktors K wird der Kreis instabil?

2.9 Analyse von Regelkreisen

In einem geschlossenen Regelkreis mit negativer Einheitsrückführung wird das Verhalten der Regelstrecke durch die Übertragungsfunktion

$$G_s(s) = \frac{1}{1 + T \cdot s}$$

angenähert (Verzögerungsverhalten 1. Ordnung). Das Stellglied besitzt I-Verhalten mit der Verstärkung 0 dB bei $\omega = 1$. Als Regler wird ein P-Regler (K_P) verwendet.

(a) Mit welcher stationären Genauigkeit arbeitet die Regelug bei $K_P = 1$ und $T = 1s$?

(b) Ist der Regelkreis für alle $K_P > 0$ und $T \gg 0$ sprungantwortstabil?

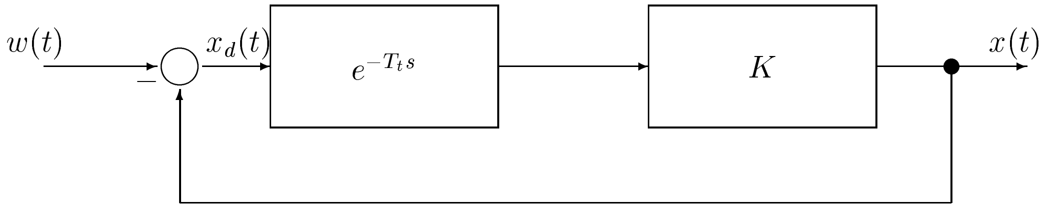
(c) Berechnen Sie die Sprungantwort für die unter a) angegebenen Dimensionierung sowie für den Fall $K_P = 1, T = 0$.

Aufgabenteil 3

Stabilität

3.1 Stabilität

Gegeben ist der folgende Regelkreis mit einem Totzeitglied:



(a) Für welche K ist der Regelkreis stabil?

(b) Berechnen und skizzieren Sie die Sprungantwort $h(t)$ des Regelkreises für $0 \leq t \leq 4T_t$, für $w(t) = \sigma(t)$, wenn $x(t) \leq 0$ für $t < 0$ gilt und $K > 0$ so gewählt ist, dass der Regelkreis stabil ist. Geben Sie $\lim\limits_{t \to \infty} \{h(t)\}$ an!

(c) Skizzieren Sie die Lage der Pole der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises für $K = 0,5$!

3.2 Hurwitz-Polynom, Hurwitz-Kriterium

(a) Zeigen Sie, dass die notwendige Bedingung für ein Hurwitz-Polynom 2. Grades $P(s) = a_2 s^2 + a_1 s + a_0$ auch hinreichend ist und wie folgt lautet:

$a_0 > 0 \cap a_1 > 0 \cap a_2 > 0$

(b) Die Ausgangsgröße des in der Abb. 3.2 angegebenen Übertragungsgliedes wird mit negativem Vorzeichen zurückgekoppelt. Ist der Regelkreis für alle K_P, T stabil?

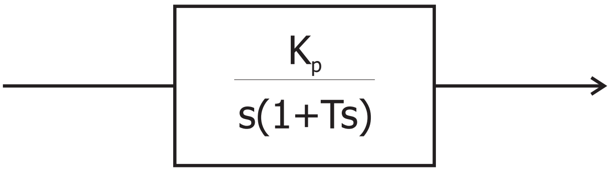


Abb. 3.2: Übertragungsglied

3.3 Stabilitätsuntersuchung

1. Das Stabilitätsverhalten der folgenden rationalen Übertragungslieder ist zu untersuchen. Verwenden Sie hierbei die Stabilitätskriterien nach Routh oder Hurwitz.

$(a)\quad \frac{1}{s(s+1)}$ $\qquad (b)\quad \frac{1}{s+1}$

$(c)\quad \frac{s+2}{s+1}$ $\qquad (d)\quad \frac{1}{s(s-1)}$

$(e)\quad \frac{1}{s(s+1)(s+1)}$ $\qquad (f)\quad \frac{1}{s^2(s+1)}$

$(g)\quad \frac{1}{s^2-3s+2}$ $\qquad (h)\quad \frac{s-1}{s^2+s-2}$

2. Die Ausgangsgröße wird jetzt mit negativem Vorzeichen rückgekoppelt. Sind die dann entstehenden Übertragungsglieder stabil?

3.4 Frequenzgang

Für die Übertragungsfunktionen

(a) $G(s) = \dfrac{1 - 0,5s}{s^2 + 2s + 5}$

(b) $G(s) = \dfrac{s(1 - 0,5s)}{s^2 + 2s + 5}$

(c) $G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)(s+2)(s+3)}$

(d) $G(s) = \dfrac{1}{s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2}$

ist die Argumentänderung von $G(j\omega)$ für $\omega = 0 \ldots + \infty$ durch Betrachtung der Pole und Nullstellen von $G(s)$ in der s-Ebene und durch Bestimmung der Winkeländerung der Ortskurve zu bestimmen.

3.5 Stabilität

Das Ü-Glied $G(s) = \dfrac{s(1 - 0,5s)}{s^2 + 2s + 5}$ werde direkt gegengekoppelt. Berechnen Sie die in der Ortskurvenebene erforderliche Argumentänderung von $1 + \underline{G}(j\omega)$ für $\omega = 0 \ldots + \infty$, damit das direkt gegegekoppelte Ü-Glied stabil ist.

Wie ändert sich die erforderliche Argumentänderung, wenn

(a) $G(s) = \dfrac{1 - 0,5s}{s(s^2 + 2s + 5}$

(b) $G(s) = \dfrac{s}{(1 - 0,5s)(s^2 + 2s + 5)}$

(c) $G(s) = \dfrac{1 - 0,5 \cdot s}{s^2(s^2 + 2 \cdot s + 5)}$

3.6 Nyquist-Kriterium

Die Frequenzgänge der folgenden Ü-Glieder sind in der Ortskurvenebene darzustellen:

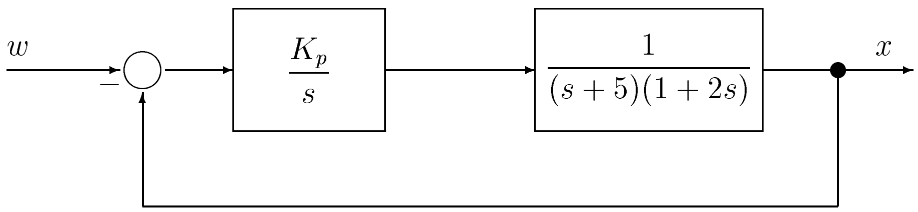
(a) $G(s) = \dfrac{K \cdot e^{-s}}{s^2}$

(b) $G(s) = \dfrac{K}{s-2}$

Mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums ist zu prüfen, ob die aus diesen Ü-Gliedern durch Einheitsrückführung entstehenden Regelkreise durch geeignete Wahl von K zu stabilisieren sind.

3.7 Routh-/Hurwitz-Kriterium

Der folgende Regelkreis ist a) mit Hilfe des Routh-Schemas und b) des Hurwitz-Kriteriums auf Stabilität zu untersuchen:



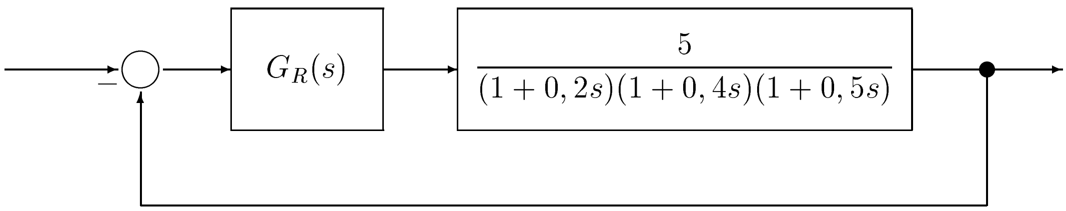
Für welche Werte von K_p ist der Regelkreis stabil?

Ist er für $K_p = 28$ und $K_p = 2,8$ stabil?

Aufgabenteil 4

Reglerentwurf

4.1 Direkte Reglerbestimmung



(a) Für den abgebildeten Regelkreis mit Einheitsrückführung ist ein Regler mit der Übertragungsfunktion $G_R(s)$ zu entwerfen, so dass folgende Kriterien für den Regelkreis erfüllt werden:

1. Die Übertragungsfuntion des geschlossenen Regelkreises soll VZ2-Verhalten haben;
2. die Ausgangsgröße der Regelstrecke soll mit einer stationären Genauigkeit von 100 % geregelt werden;
3. die Überschwingweite der Sprungantwort des geschlossenen Kreises soll auf maximal 10 % beschränkt werden;
4. der Regelkreis soll möglichst schnell sein.
   Hinweis: Verwenden Sie den Sprungantwortkatalog

(b) Ist mit der unter a) gefundenen Dimensionierung des Reglers eine Anregelzeit $\leq 0,3s$ möglich?
Wie groß ist die Anregelzeit?

(c) Welche Phasenreserve wird mit dem oben dimensionierten Regler erzielt?

(d) Gehen Sie jetzt gegenüber c) den umgekehrten Weg, indem Sie den Verstärkungsfaktor k des Reglers derart wählen, dass die Phasenreserve zu $\varphi = 60^{circ}$ ergibt.
Welche Dämpfung und welche Anregelzeit hat dann der Regelkreis?

4.2 Frequenzkennlinienverfahren

Für einen geschlossenen Regelkreis ist ein PI-Regler zu entwerfen.
Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$G_s(s) = \frac{5}{(1+s)(1+0,2s)} \ ,$$

die der Messeinrichtung

$$G_M(s) = \frac{1}{1+0,1s} \ .$$

Wie lautet die Übertragungsfunktion $G_R(s)$ des Reglers, wenn er nach dem FKL-Verfahren gewählt wird?

4.3 Frequenzkennlinienverfahren

Es sind jeweils ein PI- und ein realer PID-Regler mittels Frequenzkennlinienverfahren für folgende Streckenübertragungsfunktion zu entwerfen:

$$G_S(s) = 8 \cdot \frac{(1+2s)(1+0,1s)}{(1+10s)(1+s)(1+0,5s)^2}$$

(a) Wie lautet die Reglerübertragungsfunktion für einen PI-Regler, wenn eine Durchtrittsfrequenz von $\omega_D = 2,51/s$ verlangt wird?

(b) Wie lautet die Reglerübertragungsfunktion für einen realen PID-Regler ($\omega_D = 2,51/s$)? Hierbei soll $T_N = 0,25 \cdot T2$ und $T1 > T2$ gelten.

(c) Sind die geschlossenen Regelkreise jeweils stabil? Welche Phasenreserve liegt vor?

(d) Wie lautet die Berechnungvorschrift für einen digitalen PI-Regler aus a) mit Hilfe der Tustin-Transformation? Worauf ist bei ihrer Realisierung im Digitalrechner zu achten? **Hinweise:** Zusammenhänge der Z-Transformation: $UZ(z) = \mathcal{Z}\{u_k\} = \mathcal{Z}\{u(k \cdot T_a)\}$ $U_{\mathcal{Z}}(z) \cdot z^{-1} \quad ○\!\!-\!\!● \quad U_{k-1} = U(k-1)$

Tustin-Transformation: $s = \frac{2}{T_a} \cdot \frac{z-1}{z+1}$

4.4 Frequenzkennlinienverfahren

(vgl. Aufgabe 2.4)

Gegeben seien die Differentialgleichung einer Regelstrecke $\dot{x}(t) - 2x(t) = u(t)$ und eines Reglers $\dot{x}_d(t) + 4x_d(t) = (1/k) \cdot \dot{u}(t)$, sowie die Beziehung $x_d(t) = w(t) - x(t)$ mit

$w(t)$: Führungsgröße

$x(t)$: Regelgröße

$w(t)$: Stellgröße des Reglers

(a) Um welchen Reglertyp handelt es sich?

(b) Skizzieren Sie die Frequenzkennlinien des offenen Regelkreises für $k = 1$.

(c) Man zeichne die Frequenzkennlinien des korrigierten offenen Regelkreises für k=1 (logarithmisches Papier verwenden).

(d) Ist der offene korrigierte Regelkreis bestehend aus Regler und Strecke stabil? (Mit Begründung!)

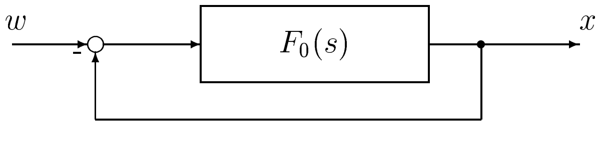
(e) Man bestimme den Stabilitätsbereich des Regelkreises in Abhängigkeit von k mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums.

(f) Ist der geschlossene korrigierte Regelkreis stationär genau? (Mit Begründung!)

4.5 Wurzelortskurvenverfahren

(a) Die Wurzelortskurve der Ü-Funktion $F_w(s)$ des folgenden Regelkreises ist zu skizzieren, wenn gilt:

$$F_0(s) = \frac{k}{(1 - 0,1s)(1 + 0,3s)}$$



(b) Ermitteln Sie den Punkt $k = 3$ auf der WOK.

(c) Ist der geschlossene Regelkreis für $k = 3$ stabil?

(d) Wie groß ist die Eigenfrequenz w_0 und die Dämpfung d des geschlossenen Regelkreises bei $k = 3$?

4.6 Frequenzkennlinienverfahren

Gegeben sei die folgende Übertragungsfunktion einer Regelstrecke $G(s)$:

$$G(s) = \frac{10}{s^3 + 7s^2 + 10s}.$$

Als Regler werde zunächst ein P-Regler mit der Übertragungsfunktion $G_R(s) = k_P$ eingesetzt.

(a) Entwerfen Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den P-Regler so, dass der geschlossene Regelkreis stabil und möglichst schnell ist, und eine Phasenreserve von $\varphi_R = 60$ besitzt.

(b) Bestimmen Sie den Stabilitätsbereich des Regelkreises in Abhängigkeit des Reglerparameters k_P.

Die Regelstrecke sei nun mit einem **realen** PD-Regler zu regeln. Beachten Sie hierzu auch die unten angegebenen Hinweise.

(c) Entwerfen Sie den realen PD-Regler mit den Anforderungen aus Aufgabenteil (b) (Stabilität, Schnelligkeit, $\varphi_R = 60$). Geben Sie die Übertragungsfunktion des Reglers an.

(d) Geben Sie für die neue Anordnung den Stabilitätsbereich in Abhängigkeit von k_{PD} an. k_{PD} ist hier der Verstärkungsfaktor des PD-Reglers.

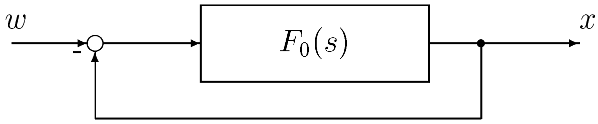
(e) Welchen der zuvor entworfenen Reglertypen würden Sie für die gegebene Regelstrecke einsetzen? (Begründung angeben!)

Hinweise:

- Zeichnen Sie die Frequenzkennlinien aus (a) und (c) in ein Diagramm.
- Wählen Sie für den realen PD-Regler T_N zu $T_N = \frac{1}{4} \cdot T_D$.

4.7 Wurzelortskurvenverfahren

Gegeben sei der Regelkreis und die Übertragungsfunktion $F_0(s)$



$$F_0(s) = \frac{k}{(s^2 + 10s + 29)(s^2 + 6s + 13)}$$

Konstruieren Sie die Wurzelortkurve und ermitteln Sie den Wert des Verstärkungsfaktors k, für welchen der geschlossene Regelkreis gerade instabil wird! Ermitteln Sie bei diesem k-Wert die Lage aller vier Pole!

4.8 Wurzelortskurvenverfahren

Die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke lautet:

$$G_s(s) = \frac{1}{(1 + 2s)(1 + 0,5s)(1 + 0,2s)}$$

Zur Regelung in einem Regelkreis mit Einheitsrückführung werde ein PI-Regler verwendet; die Phasenreserve soll 50 betragen.

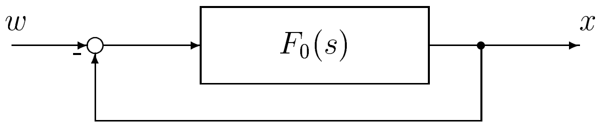
Ermitteln Sie die den dominanten Polen der Führungsübertragungsfuntion entsprechene Kennkreisfrequenz und Dämpfung

(a) aus der Führungsübertragungsfunktion

(b) aus der WOK.

4.9 Wurzelortskurvenverfahren

Gegeben sei der Regelkreis



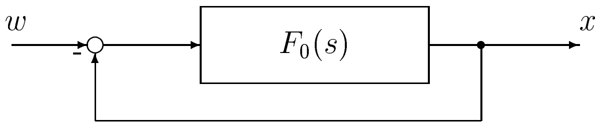
mit Einheitsrückführung und

$$F_0(s) = \frac{K(s+3)}{s(s+2)}$$

Konstruieren Sie die Wurzelortskurve und ermitteln Sie die Werte von K, für die der geschlossene Regelkreis stabil ist.

4.10 Wurzelortskurvenverfahren

Gegeben ist der Regelkreis mit Einheitsrückführung:



mit folgender Übertragungsfunktion:

$$F_o(s) = k \cdot \frac{s-1}{s^2 - 2s + 5}$$

(a) Konstruieren Sie die Wurzelortskurve zu obigem Regelkreis (Millimeterpapier verwenden).
Berechnen Sie hierzu auch:

- Verzweigungspunkte
- Schnittwinkel der Äste in den Verzweigungspunkten
- Anstiegswinkel in den kritischen Stellen
- Schnittpunkte mit der imaginären Achse

(b) Für welche Werte von k ist der geschlossene Regelkreis stabil?

(c) Für eine Anwendung ist eine Dämpfung von d > 0.7 und w $= 1\ 1/s$ gefordert. Gibt es einen Wert für k, für den diese Bedingungen eingehalten werden können?
Wenn ja, für welchen Wert k ist diese Bedingung erfüllt?
Wenn nein, Begründung angeben.

Aufgabenteil 5

Zustandsraumdarstellung

5.1 Gekoppelte Flüssigkeitsbehälter

Zwei zylindrische Flüssigkeitsbehälter mit den Querschnittsflächen A_1 und A_2, sowie den Füllhöhen h_1 und h_2 sind über eine Rohrleitung mit Ventil 1 miteinander verbunden (siehe Abb. 5.1). Der Abfluss wird über Ventil 2 gesteuert. Der Zu- und Abfluss des Gesamtsystems ist in der Abbildung mit q_E und q_A gekennzeichnet.

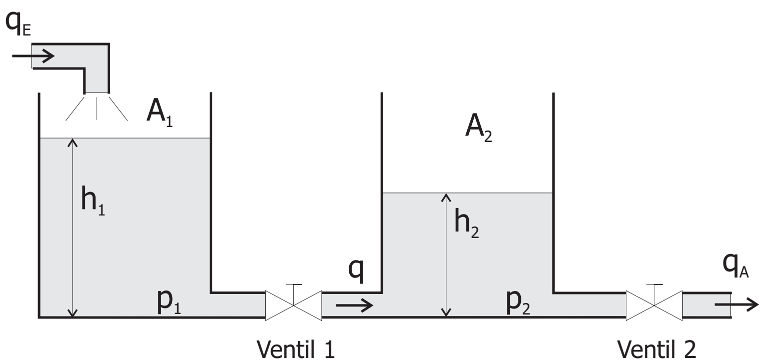


Abb. 5.1: Gekoppelte Flüssigkeitsbehälter

Drosselgleichungen: $q(t) = \frac{1}{r_1} \cdot (p_1(t) - p_2(t))$
$q_A(t) = \frac{1}{r_2} \cdot p_2(t)$
mit r_i: Drosselbeiwert

Weitere Gleichungen:
$p_1(t) = \rho \cdot g \cdot h_1(t)$
$p_2(t) = \rho \cdot g \cdot h_2(t)$
mit ρ: Dichte des Mediums,
g: Erdbeschleunigung

Für die Beziehungen zwischen Volumenstrom q und Druck p gelten die oben angegebenen Beziehungen der Drosselgleichungen. Die Abhängigkeiten der Drücke p_i von den jeweiligen Füllhöhen h_i sind ebenfalls unter Abb. 5.1 angegeben. Die Drücke p_1 und p_2 gelten jeweils am Boden des entsprechenden Behälters, bzw. in den angeschlossenen Rohrleitungsstücken.

(a) Stellen Sie die Zustandsgleichungen des Systems auf mit der Eingangsgröße $u(t) = q_E(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t) = q_A(t)$ und geben Sie diese in Matrixschreibweise an. Wählen Sie hierbei die Zustandsgrößen zu: $x_1(t) = h_1(t)$ und $x_2(t) = h_2(t)$.

Hinweise:

- Stellen Sie zuerst die Volumenbilanzen der Einzelbehälter auf.
- Die Volumina in den Rohrleitungsstücken sind vernachlässigbar

Für die Aufgabenstellungen (b) und (c) seien folgende Angaben gegeben:
$\rho = 1000\ \frac{kg}{m^3}$; $g = 10\ \frac{m}{s^2}$; $r_1 = 0,8\ \frac{kg}{m^4 s}$; $r_2 = 0,25\ \frac{kg}{m^4 s}$; $A_1 = 1\ m^2$; $A_2 = 0,5\ m^2$;
Falls Sie Aufgabenteil (a) nicht lösen konnten verwenden Sie bitte folgende Werte:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1,5 & -3 \end{bmatrix};\ b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix};\ c^T = [0 \quad 5];\ d = 0.$$

(b) Zeichnen Sie das regelungstechnische Strukturbild der Anordnung.

(c) Geben Sie die Gesamtübertragungsfunktion $G_S(s) = Q_A(s)/Q_E(s)$ an.

(d) Geben Sie die Zustandsgleichungen in *Regelungsnormalform* an.

(e) Geben Sie die Zustandsgleichungen in der *Jordan'schen Normalform* an.

5.2 Mechanisches System

Gegeben ist ein mechanisches Feder-Masse-Dämpfer-System mit den Massen m_1, m_2 und den Federkonstanten c_1, c_2, c_3 und einem Dämpfungsglied mit der Dämpfung d (siehe Abbildung 1.2). Eingangsgröße des Systems ist die an der Masse m_1 angreifende Kraft $F_a(t)$, Ausgangsgröße ist die Position s_2 der Masse m_2.

(a) Stellen Sie die Zustandsgleichungen des Systems auf und geben Sie diese in Matrizenschreibweise an.

Hinweis: Stellen Sie hierzu die Kräftebilanzen für die beiden Massen auf. Die Kraft, die das Dämpfungsglied ausübt ist proportional zur Geschwindigkeit.

(b) Zeichnen Sie das Strukturbild des Systems. vermeiden Sie die Verwendung von Differenziergliedern.

(c) Ist das System linear?

(d) Geben Sie den Endwert von $s_2(t)$ für $t \rightarrow \infty$für eine sprungförmige Anregung $F_a(t) = \sigma(t)$ an.

(e) Es sei im folgenden die Eingangsgrößen wie in (a) - (d) zu betrachten, sowie als Ausgangsgröße die kinetische Energie der beiden Massen $E_{kin}(t) = 1/2m \cdot v_1^2 + 1/2m \cdot v_2^2$. Wie verändern sich die Zustandsdifferentialgleichungen? Wie verändert sich die Ausgangsgleichung?

(f) Ist das neue System linear? Begründung angeben!

5.3 Elektrisches System

Gegeben sei das elektrische Schaltbild eines RLC-Netzwerkes nach Abb 1.4. Eingangsgröße ist die anliegende Spannung $u_e(t)$, Ausgangsgröße ist die Spannung $u_a(t)$.

(a) Stellen Sie die Zustandsgleichungen in Matrizenschreibweise auf.

Hinweis: Es genügen zwei Zustandsgrößen. Wählen Sie diese selbst in geeigneter Art und Weise.

(b) Zeichnen Sie das regelungstechnische Strukturbild der Anordnung unter Vermeidung von Differenziergliedern.

(c) Ist das System linear?

5.4 Aufgestelltes Pendel

Gegeben sind die dynamischen Gleichungen eines auf dem Kopf stehenden Pendels (invertiertes Pendel) nach Aufgabe 1.8 und den dort angegebenen physikalischen Beziehungen.

$$(M+m)\cdot\ddot{x} - m\cdot l\cdot\ddot{\alpha}\cdot cos(\alpha) + m\cdot l\cdot\dot{\alpha}^2\cdot sin(\alpha) = F$$

$$-m\cdot l\cdot\ddot{x}\cdot cos(\alpha) + m\cdot l^2\cdot\ddot{\alpha} - m\cdot l\cdot g\cdot sin(\alpha) = 0$$

Eingangsgröße $\underline{u}$ des dynamischen Systems ist die Kraft F. Ausgangsgrößen $\underline{y} = [y_1, y_2]$ sind die Position $x = y_1$ und der Winkel $\alpha = y_2$

(a) Linearisieren Sie das gegebene dynamische System um den Arbeitspunkt $\alpha_0 = 0$ und $y_0 = 0$ und geben Sie die linearisierten dynamischen Gleichungen an. Man ersetze hierzu die trigonometrischen Funktionen durch das erste Glied ihrer Taylor-Reihe.

Hinweis: In der Umgebung von α_0 gilt: $\dot{\alpha}^2\cdot sin(\alpha)\approx 0$

(b) Man bestimme die Zustandsdarstellung ausgehend von den **linearisierten** dynamischen Gleichungen und gebe die Matrizen $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$ und $\underline{D}$ an.

$$\begin{aligned}\underline{\dot{x}} &= \underline{A}\cdot\underline{x} + \underline{B}\cdot\underline{u}\\ \underline{y} &= \underline{C}\cdot\underline{x} + \underline{D}\cdot\underline{u}\end{aligned}$$

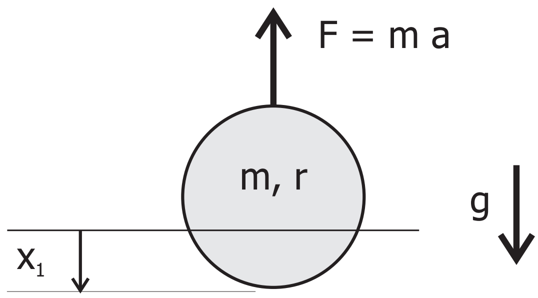
Die Zustandsgrößen sind wie folgt anzusetzen:

$x_1 = y$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \dot{y}$, $x_4 = \dot{\alpha}$

(c) Ausgehend von der Zustandsdarstellung ist das Strukturbild zu zeichnen. In das Strukturbild sind die Zustandsgrößen und die Übertragungsfunktion der verwendeten Blöcke einzutragen.

5.5 Mechanisches System

Ein kugelförmiger Körper (Radius r, Masse m) schwimmt in einer Flüsigkeit. Die Dichte der Flüssigkeit sei ρ. An diesem Körper greift eine äußere Kraft $F = m \cdot a$ an. Es sollen nur Werte dieser Kraft betrachtet werden, für welche die Eintauchtiefe x_1 im Bereich $0 \leq x_1 \leq 2 \cdot r$ liegt. Die Beschleunigung a werde als Steuergröße betrachtet. Strömungseffekte bleiben unberücksichtigt.



Das System lässt sich mit der folgenden Differentialgleichung beschreiben:

$$m \cdot \ddot{x}_1 = m \cdot g - \frac{1}{3}\pi\rho g(3r \cdot x_1^2 - x_1^3) - m \cdot a$$

(a) Stellen Sie die Zustandsgleichungen des Systems auf. Zustandsvariablen sind die Eintauchtiefe und die Eintauchgeschwindigkeit.

(b) Zeichnen Sie das Strukturbild des Systems.

(c) Bestimmen Sie den Parameterwert $a = a_R$, für den das System bei $x_1 = x_{1R} = \frac{1}{3} \cdot r$ eine Ruhelage hat.

(d) Linearisieren Sie das mathematische Modell für kleine Abweichungen vom Ruhezustand $x_1 = x_{1R} = \frac{1}{3} \cdot r$.

(e) Geben Sie die Zustandsgleichungen des linearisierten Systems in Matrizenschreibweise an.

Aufgabenteil 6

Komplettaufgaben zur Regelungstechnik

In diesem Kapitel sind Aufgaben zusammengestellt, die die gesamten Vorgänge beim Reglerentwurf darstellen. Angefangen von der schematischen Darstellung des physikalischen Systems wird zunächst schrittweise das regelungstechnische Strukturbild entwickelt. Danach werden die Teilblöcke anhand der angegebenen Gleichungen oder Diagramme identifiziert und im weiteren bei Notwendigkeit eine Linearisierung vorgenommen und ein entsprechender Regler entworfen.

Es handelt sich bei den Beispielen um reale, am Lehrstuhl für Regelungstechnik und Signaltheorie vorhandene Versuchsaufbauten.

6.1 Aufgabe: Regelung einer Gleichstrommaschine

Der Aufbau, der für diese Aufgabe verwendet werden soll, lässt sich recht einfach beschreiben. Er besteht aus zwei Gleichstrommaschinen gleicher Leistung, deren Wellen über eine Kopplung verbunden sind. Die linke Gleichstrommaschine wird geregelt, die rechte Gleichstrommaschine dient als Last. An der Last ist ein Tachogenerator angebracht, der eine zur Drehzahl der Lastmaschine proportionale Spannung liefert.

Beide Gleichstrommaschinen sind starr auf einer Aluminiumplatte verankert, auf der die Anschlüsse der beiden Maschinen, sowie des Tachogenerators über Bananenbuchsen nach außen geführt sind.

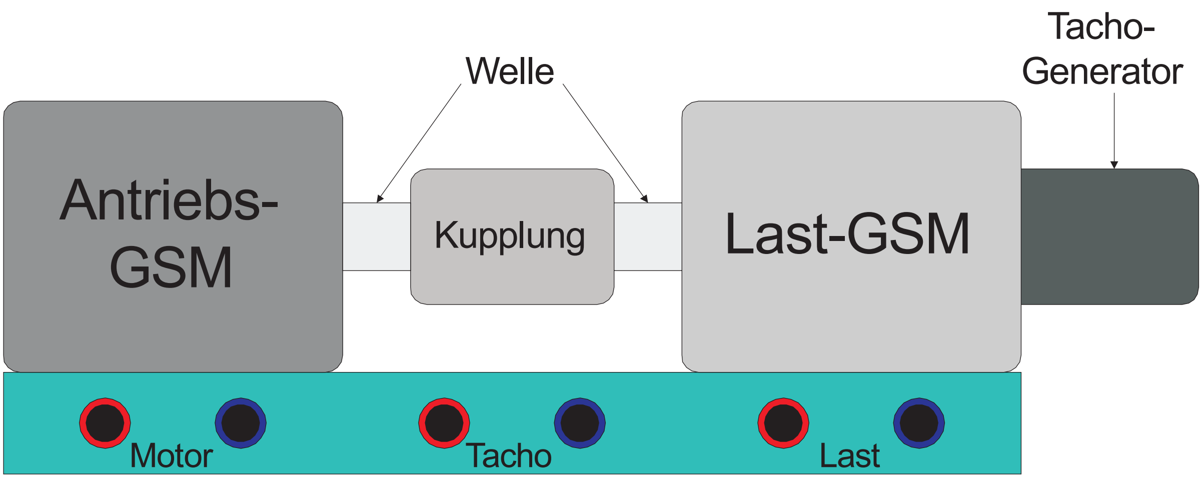


Abbildung 6.1: Gleichstrommaschine

Zur Modellierung des Systems werden nun folgende Überlegungen angestellt.

Eine Last wird über eine elastische Welle mit dem Antriebsmoment M_A angetrieben. Die Wellenelastizität und die Lagerreibung werden durch eine Feder (Federkonstante c_w) und ein Dämpfungsglied (Dämpfungskonstante d_w) symbolisiert. Das Antriebsmoment M_A wird von einem konstant erregten Gleichstrommotor erzeugt.
In Abbildung 6.2 ist die Anordnung modelliert dargestellt.
Dabei bedeuten:

U_A	Ankerspannung	i_A	Ankerstrom
R_A	Ankerstrom	L_A	Ankerkreisinduktivität
ϕ_{F_0}	konstanter Feldfluss	M_A	Antriebsmoment des Motors
ω_A	Winkelgeschwindigkeit des Ankers	Θ_A	Trägheitsmoment des Ankers
ω_L	Winkelgeschwindigkeit der Last	Θ_L	Trägheitsmoment der Last
c_w	Ersatzfeldkonstante der Welle	d_w	Ersatzdämpfungskonstante (Lagerreibung)

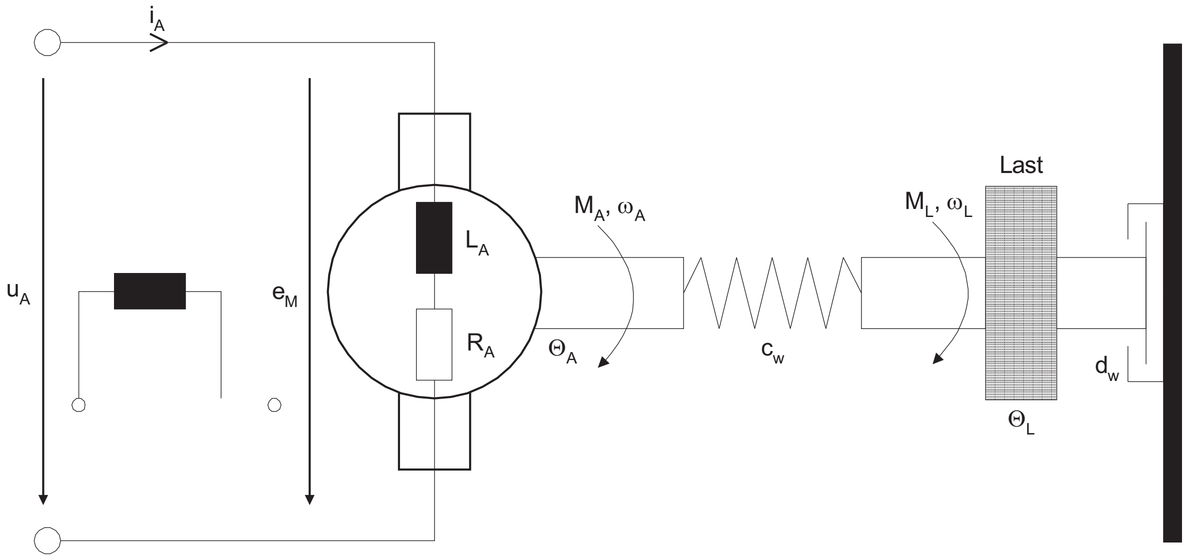


Abbildung 6.2: Gleichstrommaschine

Aufgabe 1 (Modellbildung/Strukturbild)
Stellen Sie die physikalischen Systemgleichungen auf und zeichnen sie dann das Strukturbild der Gleichstrommaschine mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega_L(t)$ als Regelgröße und der vorgegebenen Ankerspannung $u_A(t)$ als Führungsgröße. (Vermeiden sie dabei die Verwendung von D-Gliedern)

Aufgabe 2 (Zustandsdarstellung GSM)
Stellen Sie die Zustandsgleichungen der Gleichstrommaschine auf und geben sie die Matrizen $\mathbf{A}$,$\mathbf{B}$,$\mathbf{C}$ *und* $\mathbf{D}$, *sowie die Vektoren* $\mathbf{x}$ *und* $\mathbf{u}$ *an.*

Aufgabe 3 (Modellvereinfachung/Strukturbild)
Vereinfachen Sie das Strukturbild der Gleichstrommaschine unter der Annahme, dass die Welle starr ist und die Trägheitsmomente zu einem Trägheitsmoment zusammengefasst (Θ_{ges}) werden können. Außerdem soll die Lagerreibung entfallen. Statt dessen greife ein äußeres Lastmoment an.

Zur Regelung der Gleichstrommaschine werde diese in einen Regelkreis eingebunden (Abbildung 6.3).
Das „T” steht für Tacho-Generator. Dieser gibt eine zur Drehzahl proportionale Spannung aus.

$$u_T = \omega \cdot k_T$$

Aufgabe 4 (Strukturbild)
Geben sie an, durch welches Glied (P-, I-, D-Glied) der Tachogenerator modelliert werden kann.

Dem Tachogenerator nachgeschaltet ist ein analoger Tiefpaß, der die Aufgabe hat, die durch Kommutierungseffekte gestörte Tacho-Ausgangsspannung zu glätten. Realisiert ist der Tiefpaß durch eine Operationsverstärker-Schaltung (Abbildung 6.4)

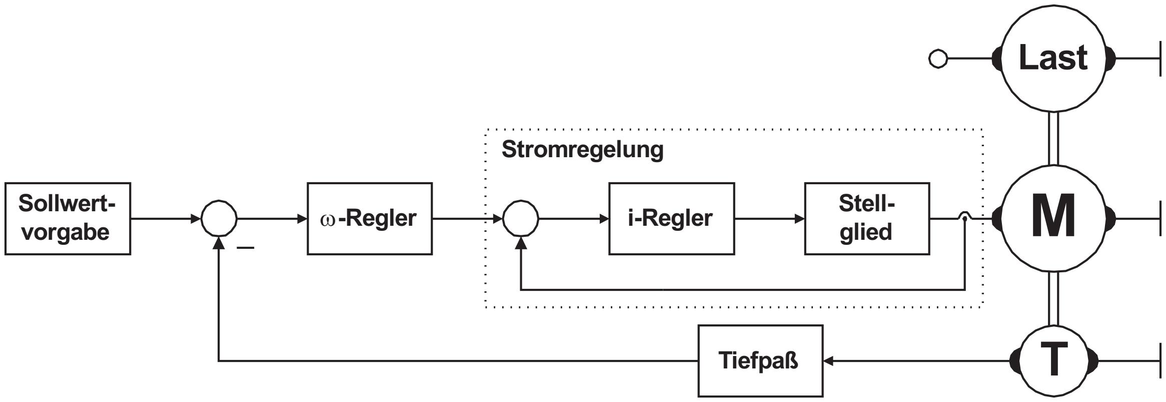
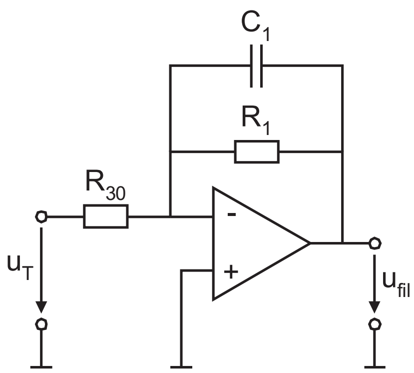


Abbildung 6.3: physikalisches Strukturbild der Gleichstrommaschine



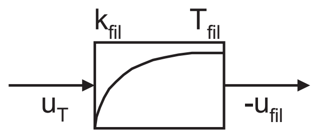


Abbildung 6.4: Glättungstiefpaß

In Abbildung 6.4 ist direkt das Übertragungsverhalten des Glättungstiefpasses dargestellt. Er besitzt VZ1-Verhalten.

Aufgabe 5 (Übertragungsfunktion VZ1-Glied)
Berechnen Sie k_{fil} und T_{fil} (Zur Berechnung von k_{fil} und T_{fil} wird der Operationsverstärker als ideal angenommen.)

Als Modell der Gleichstrommaschine soll das unter vereinfachten Annahmen gefundene Modell verwendet werden.

Zur unterlagerten Regelung des Ankerstromes (Stellgröße) wird ein PI-Regler verwendet. Mit ihm ist ein guter Kompromiss zwischen stationärer Genauigkeit und Schnelligkeit möglich. Die Ankerstromregelung besteht aus dem Stromregler, dem Linearverstärker und dem Ankerstromgeber.

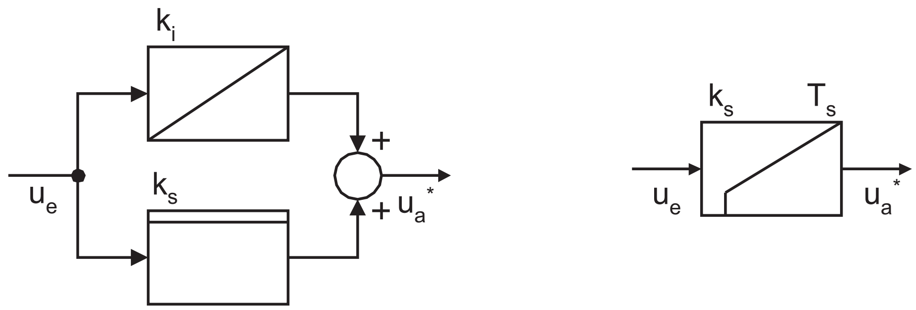


Abbildung 6.5: Stromregler

> **Aufgabe 6 (Übertragungsfunktion PI-Regler)**
> *Der Stromregler hat das Übertragungsverhalten einer Parallelschaltung eines P- und eines I-Gliedes (Abbildung 6.5). Berechnen sie daraus seine Übertragungsfunktion.*

Technisch realisiert wird der PI-Regler durch eine geeignete OP-Schaltung (Abbildung 6.6).

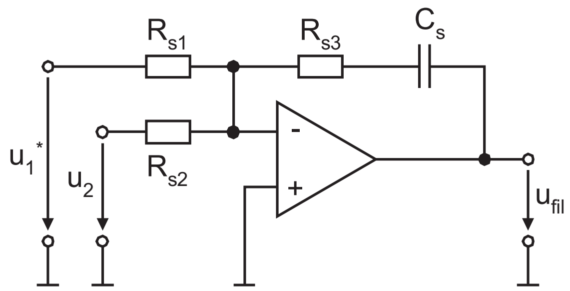


Abbildung 6.6: Stromregler-OP

Der invertierende Eingang dient als Summationsstelle für die Spannungen u_1^* und u_2, die $+i_{soll}$ und -i_{ist} repräsentieren. Der Gegenkopplungszweig mit R_{s3} und C_s gibt der Anordnung das gewünschte PI-Verhalten.
Zur Berechnung der Reglerkonstanten muss das Schaltbild umgezeichnet werden. Dies ist notwendig, weil die Gewichtung der Eingangsspannungen unterschiedlich ist: $\frac{R_{s1}}{R_{s2}} = 14$. Der Widerstand R_{s1} wird aufgeteilt in zwei Widerstände R_{s11} und R_{s12}, so dass $R_{s12} = R_{s2} = R_{sE}$ wird (Abbildung 6.7).

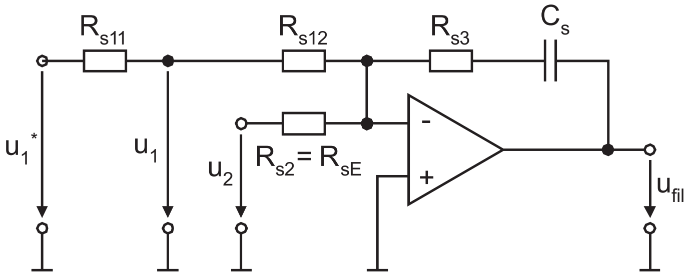


Abbildung 6.7: Stromregler-OP nach Umformung

Die Gewichtung der Spannung u_1^* durch einen Spannungsteiler lässt sich als Proportionalglied beschreiben (Abbildung 6.8).

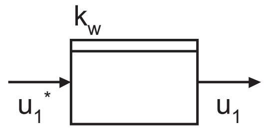


Abbildung 6.8: Gewichtung Ankerstromsollwert

$$k_w = \frac{u_1}{u_1^*} = \frac{R_{s_{12}}}{R_{s_{11}} + R_{s_{12}}}$$

Aufgabe 7 (Übertragungsfunktion PI-Regler)
Berechnen sie k_s und T_s des PI-Reglers

Der Linearverstärker (Abbildung 6.9) lässt sich ebenso wie der Ankerstromgeber (Abbildung 6.10) als Proportionalglied darstellen.

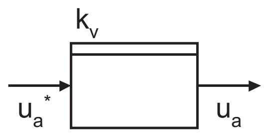


Abbildung 6.9: Linearverstärker

Aufgabe 8 (Strukturbild Regelkreis)
Zeichnen sie nun das sich ergebende Strukturbild des Regelkreises aus Abbildung 6.3

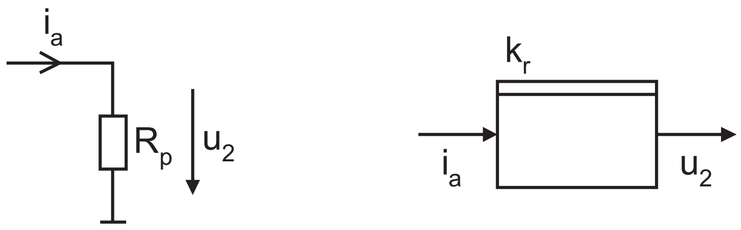


Abbildung 6.10: Ankerstromerfassung

Das sich aus diesen einzelnen Strukturbildern ergebende Gesamtstrukturbild des Regelkreises ist für einen Reglerentwurf ,,von Hand" zu kompliziert. Deshalb sollen nun Vereinfachungen getroffen werden, die die ,,Vermaschungen" aufheben.

Bei größeren Gleichstrommaschinen ist die Anlaufzeit des Antriebssatzes meist wesentlich größer als die Ankerzeitkonstante T_s des Motors, so dass sich die induzierte Gegenspannung bei einer schnellen Stromänderung nur wenig ändert. Deshalb darf man die induzierte Gegenspannung als Störgröße auffassen, die bei Betrachtung des Führungsverhaltens zu Null gesetzt werden darf.
Auch hier, bei dem kleinen Motor, zeigt ein Vergleich der Frequenzkennlinien mit und ohne Berücksichtigung der induzierten Gegenspannung, dass sich deren Einfluss nur bei sehr niedrigen Frequenzen bemerkbar macht. Daher darf der EMK-Schleife bei schnellen Stromänderungen und Betrachtung des Führungsverhaltens vernachlässigt werden.

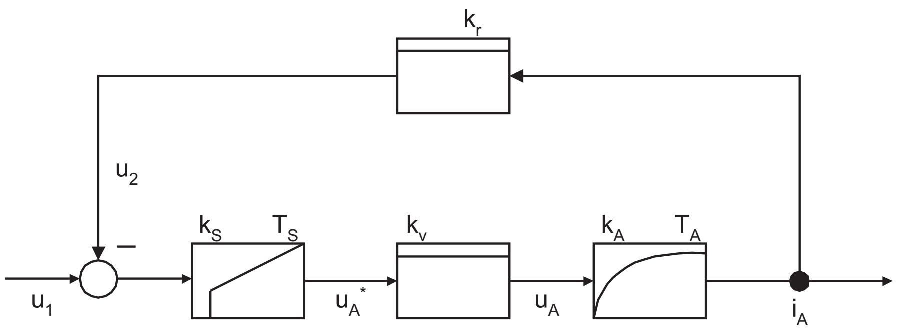


Abbildung 6.11: Ankerstromregelkreis ohne induzierte Gegenspannung

Jetzt kann der Ankerstromregelkreis (Abbildung 6.11) rechnerisch gemäß den Regeln zur Umwandlung von Strukturbildern zu einem einfachen Übertragungsglied umgeformt werden.

Aufgabe 9 (Übertragungsfunktion)
Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des Ankerstromregelkreises, wenn außerdem $T_s \approx T_a$ *gilt.* ***Hinweis:*** $k_g = k_r \cdot k_s \cdot k_v \cdot k_A$, $T_E = \frac{T_s}{k_g}$

Aufgabe 10 (Strukturbild)
Zeichnen sie das vereinfachte Strukturbild des Regelkreises, wenn zusätzlich $M_L = 0$ *gilt. Außerdem soll der Stromregelkreis durch ein Proportionalglied angenähert werden, da* $T_E \ll T_{fil}$ *ist.*

Aufgabe 11 (Zustandsdarstellung)
Ermitteln Sie die Zustandsdarstellung des vereinfachten Regelkreises.

Aufgabe 12 (Übertragungsfunktion)
Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des vereinfachten GSM-Regelkreises.

Aufgabe 13 (Reglerentwurf mittels Frequenzkennlinien-Verfahren)
Entwerfen sie nun ***vier****m PI-Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinien-Verfahrens. Gehen sie dazu jeweils von einer gewünschten Phasenreserve von* 70, 60, 35 *und* 25 *aus.*
Parameter des Regelkreises:
$k_{ers} = k_w \cdot \frac{1}{k_r} \cdot k_p \cdot k_T \cdot k_{fil} = 7.12332 \cdot 10^{-4}$, $T_{fil} = 12.32ms$, $k_i = 23584,9$.
Hinweis: *Zeichnen Sie zunächst die FKL des Kreises ohne des Regler. Bestimmen sie dann* T_ω *durch Einstellen der Phasenreserve mittels Phasenlineal. Letztendlich ergibt sich dann auch* k_ω *aus der FKL.*

Aufgabe 14 (Wurzelortskurve)
Zeichen Sie die WOK des Regelkreises für $T_\omega = 0.4$ *und* $T_\omega = 0.03$.

Aufgabe 15 (Stabilität)
Bestimmen sie alle Verstärkungen k_ω *für die der Regelkreis stabil ist. Verwenden sie dazu sowohl das FKL-Verfahren, als auch die WOK.*

Aufgabe 16 (Eigenschaften der Regelung)
Beschreiben sie das zu erwartende Verhalten der so entworfenen Regelungen hinsichtlich Stabilität, stationäre Genauigkeit, Schnelligkeit und Dämpfung.

6.2 Aufgabe: Schwebung einer Kugel im Magnetfeld

Ziel der zu entwerfenden Regelung ist es, eine hohle Eisenkugel der Masse m in einem Magnetfeld eines Elektromagneten in der Schwebe zu halten. Dazu soll zunächst der physikalische Aufbau des Systems (Abbildung 6.12) beschrieben werden.

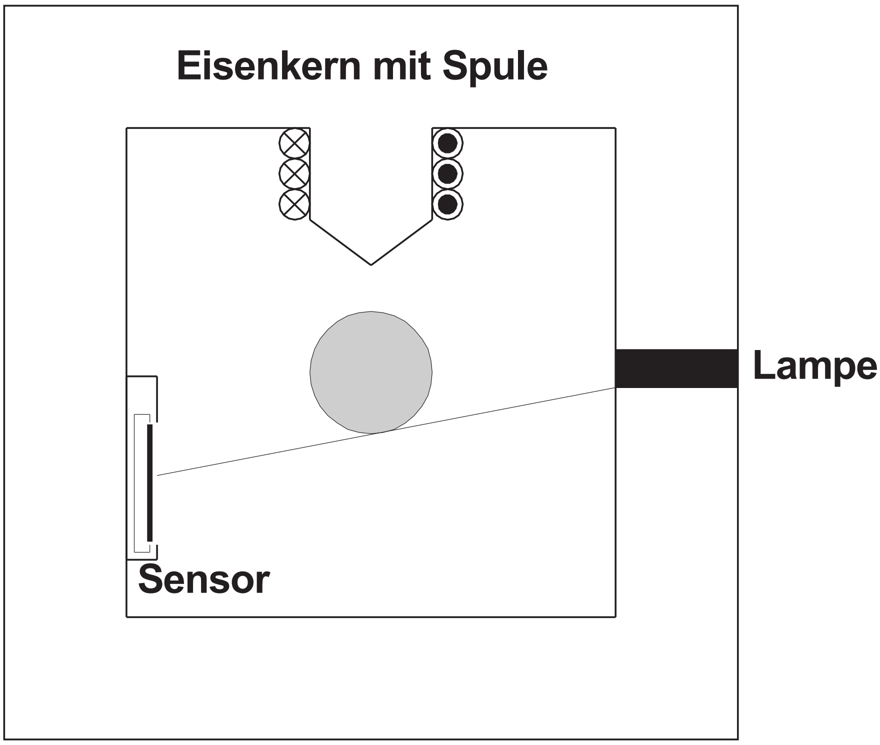


Abbildung 6.12: physikalischer Aufbau des Systems zur Schwebung einer Kugel im Magnetfeld

Der große Eisenrahmen stellt den Eisenkern der Spule dar. unter der Spule ist der Eisenkern zu einem Kegel geformt, um eine Zentrierung der Kugel zu ermöglichen.
Zur Erfassung der Kugelposition dient ein CCD-Zeilensensor, der von einer lichtstarken Lampe angestrahlt wird. Anhand der Abschattung des Sensors, die durch die Kugel entsteht, kann deren Position bestimmt werden.
Den physikalischen Aufbau kann man nun in den zur Schwebung notwendigen Regelkreis einbinden (Abbildung 6.13).

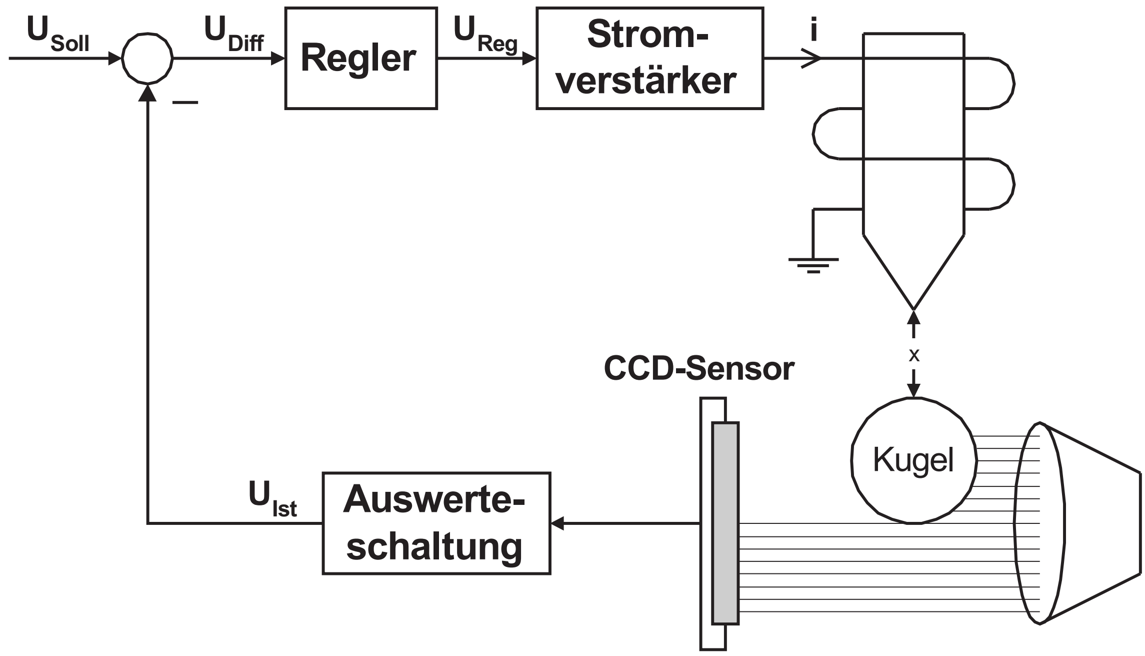


Abbildung 6.13: Modell des Systems zur Schwebung einer Kugel im Magnetfeld

Aufgabe 1 (Strukturbild)
Zeichnen Sie basierend auf der physikalischen Anordnung ein grobes Strukturbild des Regelkreises.
Aufgabe 2 (Übertragungsfunktion)
In Abbildung 6.14 ist die Sprungantwort des Stromverstärkers dargestellt.
a) *Welches Verhalten liegt vor?*
b) *Wie lautet die Übertragungsfunktion eines Gliedes mit diesem Verhalten?*
c) *Bestimmen Sie die charakteristischen Parameter der Gliedes aus der Sprungantwort in Abbildung 6.14 und 6.15.*

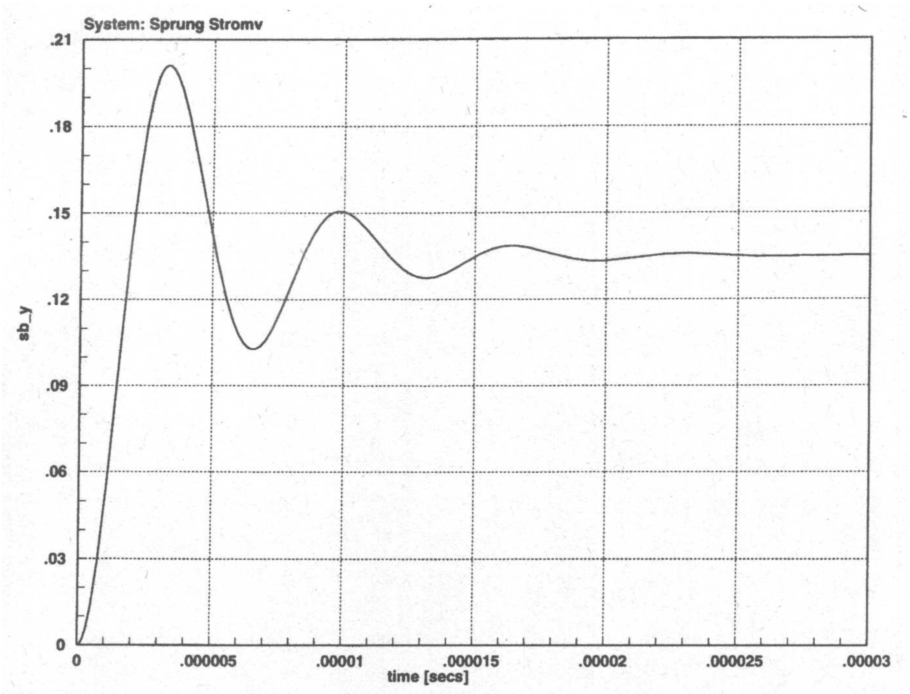


Abbildung 6.14: Sprungantwort des Stellgliedes

Die Modellierung der Strecke, also der Spule samt Kugel, führt auf einen nichtlinearen Zusammenhang.
Zunächst müssen dazu die auf die Kugel einwirkenden Kräfte betrachtet werden. Für eine Schwebung der Kugel muss die Magnetkraft F_M die Gewichtskraft F_G kompensieren.

Aufgabe 3 (Modellbildung)
a)*Stellen Sie die physikalische Gleichung auf, die bei Schwebung der Kugel im Magnetfeld erfüllt ist. (Kugel in Bewegung)*
b)*Leiten Sie aus dieser Gleichung die Berechnungsvorschrift für die aktuelle Kugelposition $x(t)$ ab.*

Die Flussdichte B ist näherungsweise proportional zum Spulenstrom i und abhängig vom magnetischen Widerstand R_M des Kreise und der Querschnittsfläche A des Spule. Der magnetische Widerstand des Luftspalts steigt linear mit der Länge l, also in der idealisierten Anordnung mit dem Abstand x von Spule und Eisenkörper.

$$B = \frac{N \cdot i}{R_M \cdot A} \qquad\qquad R_M = \frac{x}{\mu_0 \mu_r \cdot A}$$

Aufgabe 4 (Modellbildung)
Berechnen Sie die magnetische Kraft die der Elektromagnet auf die Kugel ausübt in Abhängigkeit von i und x und stellen Sie die Schwebungsgleichung für den Gleichgewichtsfall auf. (Kugel ,,ruht")
Aufgabe 5 (Strukturbild)
Zeichen Sie das Strukturbild der Strecke (Kugeldynamik)
*(**Achtung:**Nichtlinearität!)*

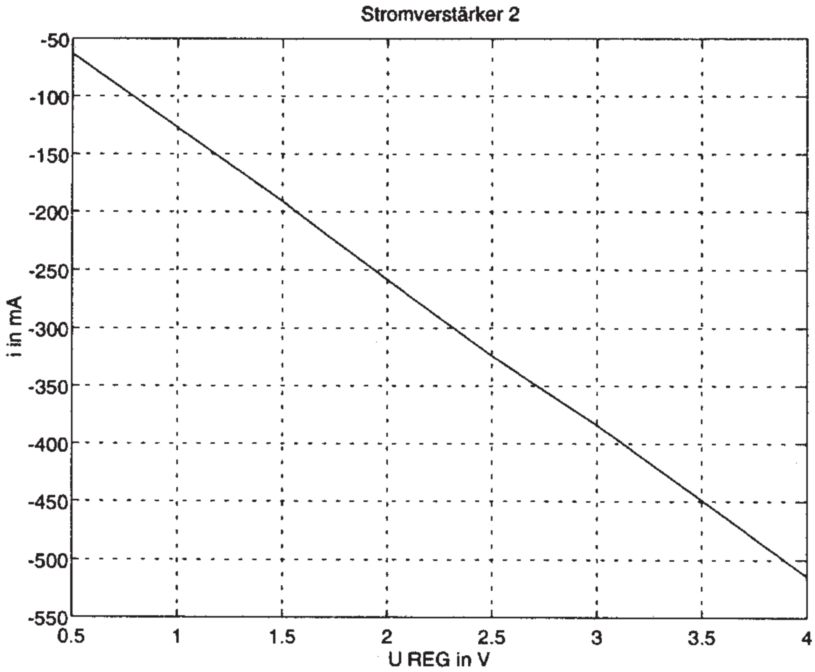


Abbildung 6.15: Kennlinie des Stromverstärkers

Die Messeinrichtung in Form von CCD-Sensor, Komparator und Tiefpaß wird zu einem Übertragungsglied zusammengefasst. Die Grenzfrequenz des Tiefpaß ist die dominierende Zeitkonstante des optischen Aufnehmers.

Aufgabe 6 (Übertragungsfunktion)
a) *Welches Verhalten besitzt der optische Aufnehmer?*
(Sprungantwort in Abbildung 6.16)
b) *Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Gliedes mit diesem Verhalten an und bestimmen Sie dessen charakteristischen Parameter.*

Im Übertragungsglied des optischen Aufnehmers wird auch eine Kompensationskonstante c und die daraus resultierende Spannung $U_0 \neq 0$ für $x' = 0$ berücksichtigt.
Als Übertragungsglied des optischen Aufnehmers ergibt sich Abbildung 6.18.

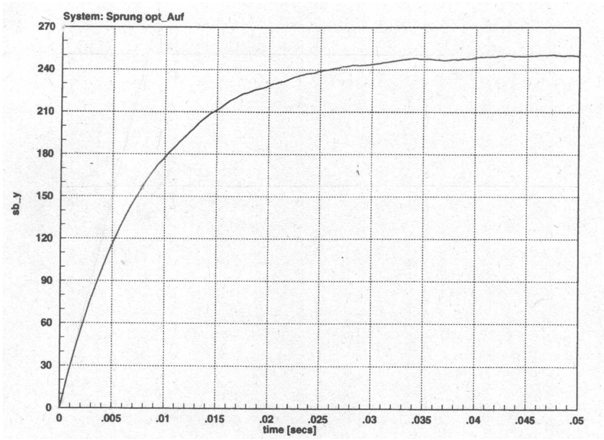


Abbildung 6.16: Sprungantwort des optischen Aufnehmers

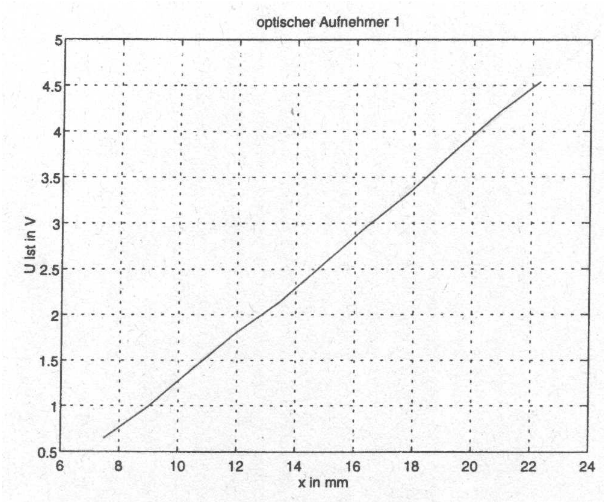


Abbildung 6.17: Kennlinie des Wegaufnehmers

Fügt man die bereits bekannten Strukturbilder nun zusammen, so erhält man das Strukturbild des Lageregelkreises (Abbildung 6.19).
Das Strukturbild enthält nichtlineare Übertragungsglieder, die einen Reglerentwurf mit den Methoden für lineare Regelkreise erschweren.

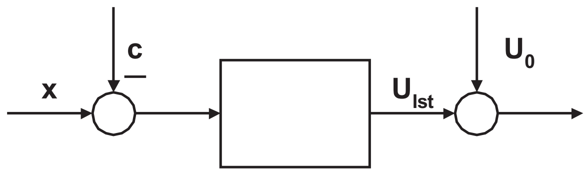


Abbildung 6.18: Strukturbild des optischen Aufnehmers

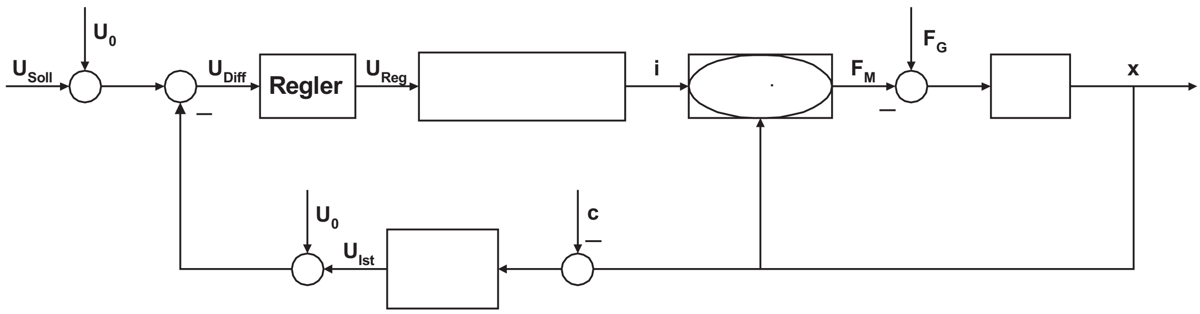


Abbildung 6.19: Strukturbild des Lageregelkreises

Aufgabe 7 (Linearisierung)
a) *Beschreiben Sie kurz die allgemeine Vorgehensweise zur Linearisierung eines nichtlinearen Regelkreises um einen Arbeitspunkt.*
b) *Linearisieren Sie den Regelkreis um den Arbeitspunkt $x_0 = 20mm$. Berechnen Sie dazu k_i und k_x zunächst allgemein und danach für $m = 12,7g$ und U_{Soll}. Bestimmen Sie außerdem i_0 aus Abbildung 6.15.(**Achtung:** Im Arbeitspunkt ist $U_{Soll} = -U_{Ist}$).*

Aufgabe 8 (Strukturbild)
Zeichen Sie das Strukturbild des so linearisierten Regelkreises. Schlagen Sie das negative Vorzeichen von k_x der folgenden Summationsstelle und das negative Vorzeichen der Magnetkraft ΔF_M der Kugeldynamik zu.

Aufgabe 9 (Übertragungsfunktion/Strukturbild)
Fassen Sie die Faktoren k_i,k_x und die Kugeldynamik nach den Regeln zur Vereinfachung von Strukturbildern zu einer Übertragungsfunktion zusammen und zeichnen Sie das so erhaltene Strukturbild.

Aufgabe 10 (Übertragungsfunktion)
Fassen Sie die Übertragungsglieder von Stromverstärker, linearisierter Kugeldynamik und optischem Aufnehmer zusammen, um so die Übertragungsfunktion des offenen unkorrigierten Regelkreises zu erhalten.

Aufgabe 11 (WOK/Stabilität)
Berechnen Sie die aus der Kugeldynamik resultierenden Pole p_1, p_2, den von der Messeinrichtung verursachten Pol p_3 und die vom Stellglied herrührenden Pole p_4, p_5. Woran ist die Instabilität der Strecke erkennbar?

Aufgabe 12 (allgemein)
Welche Grundforderungen werden an einen Regelkreis gestellt?

Aufgabe 13 (Übertragungsfunktion)
Bestimmen sie die vereinfachte Übertragungsfunktion $F_o'(s)$ des offenen Regelkreises bei Vernachlässigung der Pole p_4 und p_5. Warum können die Pole p_4 und p_5 vernachlässigt werden?

Aufgabe 14 (Reglerentwurf)
Verwenden Sie (in dieser Reihenfolge) einen

1. *P-Regler mit* $G_P(s) = k_R$
2. *PI-Regler mit* $G_{PI}(s) = k_R \cdot \frac{s-n_R}{s}$, $n_R < 0$
3. *PD-Regler mit* $G_{PD}(s) = k_R \cdot \frac{s-n_R}{s-p_R}$, $p_R < n_R < 0$

um die Strecke zu stabilisieren. Skizzieren Sie dazu jeweils qualitativ die WOK der Regelkreise mit dem jeweiligen Regler und der vereinfachten Streckenübertragungsfunktion $F_o'(s)$*. Treffen sie eine Aussage, ob der jeweilige Regler zur Regelung der Strecke geeignet ist (Begründung!).*

Für die weiteren Rechnungen lautet die vereinfachte Übertragungsfunktion des offenen Kreises:

$$F_{o_v}'(s) = \frac{190}{(s^2-961)\cdot(s+125)}$$

Dieser soll nun mit Hilfe des oben beschriebenen PD-Reglers mit der Übertragungsfunktion

$$G_{PD}(s) = k_R \cdot \frac{s-n_R}{s-p_R} \qquad , n_R = ?, p_R = -115$$

stabilisiert werden.

Aufgabe 15 (WOK)
Wählen Sie n_R *geschickt. Zeichnen Sie die Wurzelortskurve. Geben Sie dazu alle berechneten Größen an (Asymptotenschnittpunkt, Asymptotenwinkel, Verzweigungspunkte, Schnittpunkte mit der imaginären Achse). Berechnen sie alle* $\mathbf{k_R}$ *für die der Regelkreis stabil ist.*

Aufgabe 16 (FKL)
Zeichnen sie die Frequenzkennlinien von F_{o_v}' *mit dem PD-Regler aus Aufgabe 15 und* $k_R = 9000$*. Wie groß ist die Phasenreserve? Bestimmen sie aus der FKL den Verstärkungsfaktor* k_R*, für den die größte Phasenreserve vorliegt.*

6.3 Regelung der Geschwindigkeit eines hydraulischen Presszylinders

Hydraulische Zylinderantriebe werden in verschiedenen Bereichen der Technik eingesetzt. Eine in der Praxis häufig vorkommende Regelungsaufgabe für hydraulische Zylinderantriebe besteht in der Erzeugung einer geregelten Linearbewegung Diese Antriebsaufgabe lässt sich mit einer Geschwindigkeitsregelung realisieren.

Ziel der zu entwerfenden Regelung ist es, einen hydraulisch bewegten Kolben, der eine Last bewegen muss, zu regeln. Dazu soll zunächst der physikalische Aufbau des Systems (Abbildung 6.20) beschrieben werden.

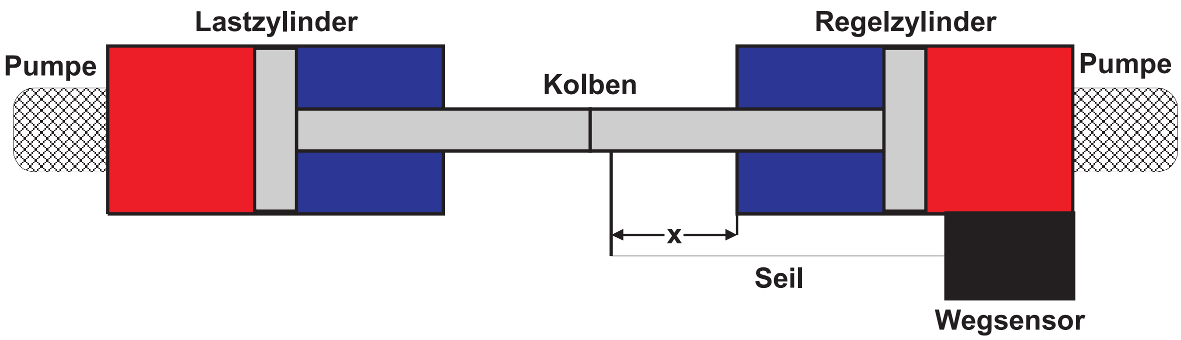


Abbildung 6.20: physikalischer Aufbau des Systems zur Regelung der Geschwindigkeit eines hydraulischen Presszylinders

Die Anordnung besteht aus zwei Presszylindern gleicher Auslegung, deren Kolben miteinander verbunden sind. Der Pressdruck wird jeweils durch eine Pumpe erzeugt. Der linke Presszylinder simuliert die Last, welche der zu regelnde Zylinder rechts bewegen soll. Die zur Geschwindigkeitsregelung notwendige Position des Zylinders wird mit Hilfe eines Seilzug-Sensors (Absolut-Encoder (SSI)) gemessen.

Aufgabe 1 (Strukturbild)
Zeichnen Sie basierend auf der physikalischen Anordnung ein grobes Strukturbild des Regelkreises.

Zur Modellbildung des zu regelnden Zylinders (Strecke) wird dieser im Gegensatz zur realen Anordnung nicht als Differentialzylinder (eine Kolbenstange), sondern zur Vereinfachung als Gleichgangzylinder (zwei Kolbenstangen) betrachtet (siehe Abbildung 6.21).

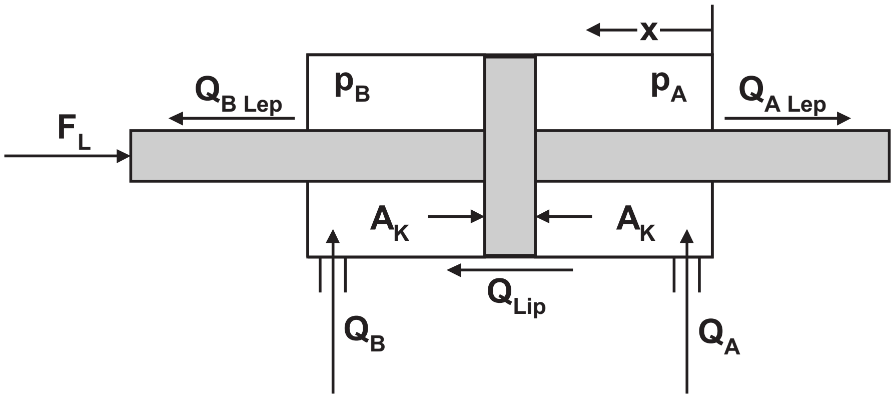


Abbildung 6.21: Modell des zu regelnden Zylinders als Gleichgangzylinder

Die Bewegungsgleichung des Zylinders lautet:

$$m_{ges} \cdot \ddot{x}(t) = \Delta p(t) \cdot A_K - d_R \cdot \dot{x}(t) - F_L(t) \tag{6.1}$$

Darin beschreibt $\Delta p(t) \cdot A_K$ den Kraftanteil aufgrund des Druckes (Druckdifferenzkraft), $d_R \cdot \dot{x}(t)$ den Kraftanteil aufgrund der Reibung und $F_L(t)$ die Last.
Macht man nun folgende vereinfachende Annahmen:

- Kompressibilität des Öls ist nicht druckabhängig: $E_{Öl} = const$
- Volumen der Zylinderkammern bleibt gleich: $V_A = V_B = \frac{V_{ges}}{2} = V$
- Leckagen werden vernachlässigt: $Q_{A_{Lep}} = Q_{B_{Lep}} = Q_{Lip} = 0$

so kann man für die Drücke in den Kammern A und B schreiben:

$$\dot{p}_A(t) = \frac{E_{Öl}}{V} \cdot (Q_A(t) - \dot{x}(t) \cdot A_K)$$

$$\dot{p}_B(t) = \frac{E_{Öl}}{V} \cdot (Q_B(t) - \dot{x}(t) \cdot A_K)$$

Es sei nun:

$$\Delta\dot{p}(t) = \Delta\dot{p}_A(t) - \Delta\dot{p}_B(t) = \frac{E_{Öl}}{V} \cdot [(Q_A(t) - Q_B(t)) - 2A_K \cdot \dot{x}(t))$$

wobei zu beachten ist, dass

$$Q_A(t) = -Q_B(t) = Q_{th}(t)$$

gelte.

Aufgabe 2 (Strukturbild)
Zeichnen Sie basierend auf Gleichung (6.1) das Strukturbild des Gleichgangzylinders mit $Q_{th}(t)$ als Eingangs- und $x(t)$ als Ausgangsgröße.

Aufgabe 3 (Übertragungsfunktion)
Stellen Sie die Übertragungsfunktion $G_Z(s)$ der Strecke auf mit $Q_{th}(s)$ als Eingangsgröße und $X(s)$ als Ausgangsgröße. Setzten Sie dabei die Kraft F_L zu Null. Wählen Sie die Schreibweise derart, dass zwei Anteile der Übertragungsfunktion zu erkennen sind. Zum einen ein I-Anteil und zum anderen ein noch näher zu bestimmender Anteil.

Aufgabe 4 (Sprungantwort)
a) *Welches Verhalten hat der zweite Anteil (nicht der I-Anteil!) der Streckenübertragungsfunktion $G_Z(s)$ (P-, I-, PI-, VZ1-, VZ2-Verhalten, etc.) (Begründung!)?*
b) *Zeichnen Sie die typische Sprungantwort eines Systems mit diesem Verhalten und beschreiben Sie, wie man aus der Sprungantwort die charakteristischen Größen T_Z und d_Z erhält.*
c) *Wie ändert sich das Aussehen der Sprungantwort bei Änderung der Dämpfung?*
d) *Berechnen Sie die charakteristischen Größen T_Z und d_Z.*

Der Zylinder im Geschwindigkeitsregelkreis stellt eine Regelstrecke mit Ausgleich dar. Ein Verhalten mit Ausgleich bedeutet, dass der Zylinder nach Abklingen der Einschwingvorgänge mit einer dem Stellsignal proportionalen Geschwindigkeit antwortet. Eine solche Streckencharakteristik impliziert integrierende Regleranteile, da bei einer rein proportionalen Rückführung des Regelfehlers bei verschwindender Regelabweichung das Stellsignal und somit auch die Geschwindigkeit gegen Null läuft.

Im realen System wird eine Axialkolbenverstellpumpe (Schwenkwinkelpumpe) zur Ölförderung in den Zylinder verwendet.
Unter der Voraussetzung einer hinreichend hohen Stelldynamik lässt sich das dynamische Verhalten der Pumpe durch ein Verzögerungsglied erster Ordnung mit der Verstärkung V_P und der Zeitkonstanten T_P beschreiben.

Aufgabe 5 (Strukturbild)
Zeichnen Sie das Strukturbild des gesamten Regelkreises bei Verwendung eines PI-Reglers. Nehmen Sie dabei an, dass die Messeinrichtung als Proportionalglied mir der Verstärkung $K_{Mess} = 1$ wirkt. Machen Sie die Bereiche Regler, Stellglied und Strecke kenntlich. Beachten Sie, welche Größe am Ausgang des Geschwindigkeitsregelkreises anliegen muss!

Aufgabe 6 (Übertragungsfunktion)
Berechnen Sie die Übertragungsfunktion der Einheit Stellglied (Pumpe) und Strecke (Zylinder), also lediglich vom Ausgang des Reglers zum Ausgang des Regelkreises.

Aufgabe 7 (Zustandsdarstellung)
Bestimmen Sie die Zustandsdarstellung der Einheit Stellglied (Pumpe) und Strecke (Zylinder), also lediglich vom Ausgang des Reglers zum Ausgang des Regelkreises.

In Anlehnung an die Parameter der realen Anlage ($V_P = 46,667 \cdot 10^{-6} \frac{m^3}{Vs}$, $T_P = 20ms$, $K_Z = 31,83 \frac{1}{m^2}$, $\frac{1}{T_Z} = 296,19 \frac{1}{s}$ und $d_Z = 12,46$) gelte für die folgenden Aufgaben die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises inklusive PI-Regler:

$$F_o(s) = \frac{K_R(1 + T_R \cdot s)}{s} \cdot \frac{130}{0,02s^3 + 149,24s^2 + 9188s + 88800}$$

Aufgabe 8 (FKL)
a)_Zeichnen Sie das BODE-Diagramm des offenen Regelkreises und bestimmen Sie den erforderlichen Verstärkungsfaktor K_R der Reglers für eine Phasenreserve von 75. Wählen Sie hierzu die Zeitkonstante T_R des Reglers geschickt._
b)_Leiten Sie her, wie sich K_R und T_R aus P- und I-Anteil des PI-Reglers (K_{R_I}, K_{R_P}) zusammensetzen._
c) _Wie groß müssen P- und I-Anteil des Reglers gewählt werden?_

Aufgabe 9 (WOK)
a)_Zeichnen Sie die Wurzelortskurve des Regelkreises bei Verwendung des PI-Reglers. Geben Sie dazu alle berechneten Größen an (Pole, Nullstellen, Asymptotenschnittpunkt, Asymptotenwinkel, Verzweigungspunkte, Schnittpunkte mit der imaginären Achse, etc.)._
b) _Bestimmen Sie die Werte der Verstärkung K_R, für die der Regelkreis stabil ist._
c) _Bestimmen Sie den Wert für K_R im Verzweigungspunkt._

6.4 Niveauregelung bei zwei gekoppelten Flüssigkeitsbehältern

Die betrachtete Anordnung (Abbildung 6.22) besteht aus zwei Flüssigkeitsbehältern, die über ein als Drossel wirkendes Rohr gekoppelt sind. Der Flüssigkeitszufluss des ersten Behälters kann beeinflusst werden. Das Rohr, durch das Flüssigkeit aus dem zweiten Behälter zur Umgebung abfließen kann, hat ebenfalls Drosselwirkung.
Ziel der zu entwerfenden Regelung ist es, den Füllstand des zweiten Flüssigkeitsbehälters durch Beeinflussung des Flüssigkeitszuflusses des ersten Flüssigkeitsbehälters zu regeln.

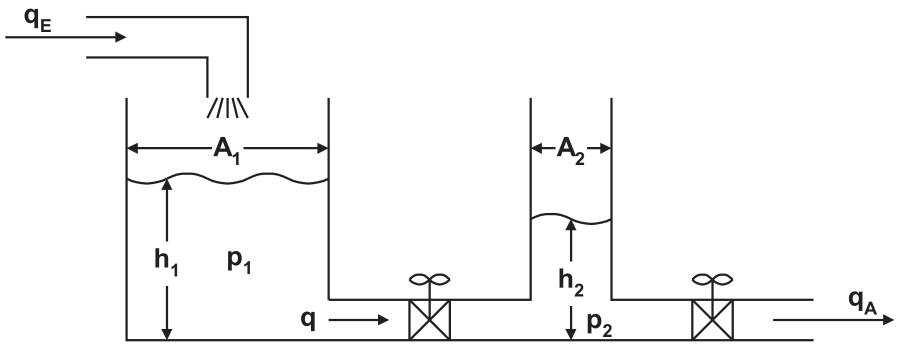


Abbildung 6.22: physikalischer Aufbau der gekoppelten Flüssigkeitsbehälter

p_i: Druck im Behälter i
A_i: Grundfläche des Behälters i
h_i: Füllhöhe in Behälter i
q_E: Volumenstrom des Flüssigkeitszuflusses
q_A: Volumenstrom des Flüssigkeitsabflusses
q: Volumenstrom zwischen den Behältern

Zur Systembeschreibung seinen folgende Zusammenhänge angegeben:

- Drosselgleichungen:

$$q(t) = \frac{1}{r_1}(p_1(t) - p_2(t)) \qquad q_A(t) = \frac{1}{r_2}p_2(t)$$

- $p_1(t) = \rho \cdot g \cdot h_1(t)$
- $p_2(t) = \rho \cdot g \cdot h_2(t)$

mit ρ: Dichte, g: Erdbeschleunigung, r_i: Drosselbeiwert.

Aufgabe 1 (Strukturbild)
Zeichnen Sie basierend auf der physikalischen Anordnung ein grobes Strukturbild des Regelkreises. Geben Sie an, wie die einzelnen Teile realisiert sind, bzw. realisiert sein könnten.

Aufgabe 2 (Modellbildung)
a) *Stellen Sie die Systemgleichungen auf und fassen Sie sie so weit zusammen, dass eine einzige systembeschreibende DGL übrig bleibt mit q_E als Eingangsgröße und h_2 als Ausgangsgröße. Stellen Sie dazu eine Bilanz der Volumenströme der einzelnen Behälter auf.*
b) *Welches Verhalten hat die Strecke laut dieser DGL (P, I, VZ1, VZ2, usw.)?*
c) *Zeichnen Sie die typische Sprungantwort eines Systems mit diesem Verhalten unter dem Aspekt verschiedener Dämpfungen.*

Aufgabe 3 (Übertragungsfunktion)
Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion der Strecke.

Aufgabe 4 (Strukturbild)
Zeichnen Sie basierend auf den Systemgleichungen das Strukturbild der Strecke (Achtung: Anfangsfüllstände!). Welche Einschränkungen müssen bei der realen Strecke beachtet werden?

Aufgabe 5 (Strukturbild)
Zeichnen Sie, basierend auf Aufgabe 1, ein Strukturbild des Regelkreises zur Regelung der Strecke. Verwenden Sie einen I-Regler und nehmen Sie Stellglied und Messeinrichtung als P-Glieder mit der Verstärkungen $K_{Stell} = 1$ und $K_{Mess} = 1$ an.

Aufgabe 6 (Zustandsdarstellung)
Bestimmen Sie die Zustandsdarstellung des Regelkreises (Anfangswerte zu Null gesetzt).

Im folgenden sei die Übertragungsfunktion der Strecke:

$$G_{Strecke}(s) = \frac{H_2(s)}{Q_E(s)} = \frac{200}{s^2 + 113s + 936}$$

Aufgabe 7 (FKL)
Zeichnen Sie das Bode-Diagramm des Regelkreises bei Verwendung eines I-Reglers. Bestimmen Sie K_I so, dass eine Phasenreserve von 60 auftritt.

Aufgabe 8 (WOK)
Zeichnen Sie die Wurzelortskurve des Regelkreises bei Verwendung eines I-Reglers. Geben Sie dazu alle berechneten Größen an (Pole, Nullstellen, Asymptotenschnittpunkt, Asymptotenwinkel, Verzweigungspunkte, Schnittpunkte mit der imaginären Achse, etc.). Bestimmen Sie daraus die Werte der Verstärkung K_I, für die der Regelkreis stabil ist.

Anhang A

Anhang

Auf den folgenden drei Seiten befinden sich

1. halblogarithmisches Papier
2. Millimeterpapier
3. Sprungantwortkatalog

Die Bltter knnen kopiert und fr die bungsaufgaben verwendet werden. Weitere Mglichkeit der Vervielfltigung ist der Download von der Homepage der AG Pandit unter folgender Adresse:

http://www.uni-kl.de/AG-Pandit/...